



TITLE:

鋼部材に接着された補修・補強用  
当て板のはく離照査方法とはく離  
抑制工法に関する研究(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

清水, 優

---

CITATION:

清水, 優. 鋼部材に接着された補修・補強用当て板のはく離照査方法と  
はく離抑制工法に関する研究. 京都大学, 2014, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2014-03-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k18251>

RIGHT:

鋼部材に接着された補修・補強用当て板の  
はく離照査方法とはく離抑制工法に関する研究

2014年 3月

清水 優





## 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 背景	1
1.2 当て板接着工法の課題	3
1.3 既往の研究	4
1.4 研究目的	6
1.5 論文構成	6
<b>第2章 軸力を受ける当て板接着鋼部材の応力解析</b>	<b>13</b>
2.1 連立微分方程式の導出	13
2.2 連立微分方程式の近似解	15
2.3 連立微分方程式の高精度解	22
2.4 応力解析値と FEM 解析値および実験値との比較	27
2.4.1 母材鋼板の両面に接着した場合	27
2.4.2 母材鋼板中央が切断されている場合	31
2.4.3 母材鋼板に断面欠損がある場合	33
<b>第3章 曲げモーメントを受ける当て板接着鋼部材の応力解析</b>	<b>37</b>
3.1 連立微分方程式の導出	37
3.2 連立微分方程式の近似解	39
3.3 連立微分方程式の高精度解	49
3.4 応力解析値と FEM 解析値および実験値との比較	52
3.4.1 単純支持の当て板接着鋼部材に等曲げモーメントが作用する場合	52
3.4.2 片持ち支持の当て板接着鋼部材に集中荷重が作用する場合	55
<b>第4章 鋼部材に接着された当て板のはく離試験</b>	<b>58</b>
4.1 当て板接着鋼板の引張試験	58
4.1.1 試験体	58
4.1.2 材料特性	60
4.1.3 試験体の作成	61
4.1.4 載荷試験	61
4.1.5 荷重ひずみ関係	61
4.1.6 はく離荷重	63
4.2 当て板接着鋼部材の曲げ試験	66
4.2.1 試験体	66
4.2.2 材料特性	66
4.2.3 試験体の作成	68
4.2.4 載荷試験	68
4.2.5 荷重ひずみ関係	68

4.2.6	はく離荷重.....	70
<b>第5章</b>	<b>当て板のはく離に対する破壊基準の検討 .....</b>	<b>74</b>
5.1	当て板がはく離するせん断応力と垂直応力の関係.....	74
5.2	最大せん断応力による評価.....	75
5.3	クーロンの破壊規準による評価.....	79
5.4	最大主応力による評価.....	81
5.5	ミーゼス応力による評価.....	84
5.6	合成応力度による評価.....	87
5.7	エネルギー解放率による評価.....	93
5.8	CFRP 板のはく離の評価.....	97
<b>第6章</b>	<b>当て板のはく離抑制工法 .....</b>	<b>102</b>
6.1	既往のはく離抑制工法.....	102
6.1.1	当て板端部のテーパー，リバーステーパー処理.....	102
6.1.2	接着剤端部のフィレット処理.....	104
6.1.3	当て板端部付近への低弾性接着剤の使用.....	105
6.1.4	接着剤の最大主応力を用いたはく離荷重向上効果の比較.....	107
6.2	当て板段差状接着の段差長の最適化.....	108
6.2.1	提案工法の概要.....	108
6.2.2	段差長の決定方法.....	109
6.2.3	引張試験.....	115
6.3	当て板接着プレストレス工法に対するはく離抑制工法.....	119
6.3.1	提案工法の概要.....	119
6.3.2	当て板の緊張力解放によって鋼部材に生じる応力.....	120
6.3.3	当て板の緊張力解放によって接着剤に生じるせん断応力.....	122
6.3.4	当て板の緊張力解放によって接着剤に生じる垂直応力.....	125
6.3.5	当て板端部に非緊張部を設けることによるはく離抑制効果.....	126
6.3.6	曲げ試験.....	128
<b>7章</b>	<b>鋼部材の当て板接着補修・補強の設計例 .....</b>	<b>134</b>
7.1	軸力を受ける鋼部材.....	134
7.1.1	対象部材.....	134
7.1.2	当て板寸法の決定.....	135
7.1.3	鋼板のはく離防止設計.....	135
7.1.4	CFRP 板のはく離防止設計.....	136
7.2	曲げを受ける鋼部材.....	140
7.2.1	対象部材.....	140
7.2.2	当て板寸法の決定.....	140

7.2.3	鋼板のはく離防止設計.....	141
7.2.4	CFRP 板のはく離防止設計.....	142
<b>第 8 章</b>	<b>結論 .....</b>	<b>146</b>
付録: 鋼部材に接着された当て板のはく離によるエネルギー解放率		



# 第 1 章 序論

## 1.1 背景

我が国の橋梁は高度経済成長期に建設されたものが多く、国土交通省の調査によると、供用から約 40 年以上経過した 15m 以上の橋梁を平成 22 年 4 月時点で 57,000 箇所以上ストックしている<sup>1)</sup>。このうち、鋼橋は 25000 箇所以上であり、実に全橋梁の約 16%が供用年数 40 年以上経過した鋼橋となっている。

長期にわたって供用されている鋼橋では、上部工に腐食や疲労き裂といった劣化・損傷が生じた事例が数多く報告されている<sup>2), 3)</sup>。疲労き裂が生じた鋼部材の一般的な補修・補強方法として、き裂先端にストップホールを施工してき裂の先端を取り除いた後、添接板（鋼板）を高力ボルトで締結する方法が行われる。腐食によって断面減少している鋼部材でも、さびや塗装をサンドブラスト等で除去した後に鋼板を高力ボルトで締結して補修・補強する方法が行われる。これらの補修・補強方法はいずれも母材にボルト孔を設ける必要があり、ボルト孔を設置する位置に十分な検討が必要なうえ、ボルト孔を削孔する手間がかかる。また、劣化・損傷を受けていない橋梁であっても、1993 年に設計荷重が変更<sup>4)</sup>されたことによって、増強が必要となった橋梁もある。これらの橋梁では、横桁や縦桁を増設する方法などの対応が行われてきたが、重機を必要とすることから、交通規制をとめない、施工期間も長期にわたることが多い。これらの多くの鋼橋を効率的に補修・補強していくためには、より簡易で安価な補修・補強技術の開発が必要とされる。

鋼部材の簡易な補修・補強方法として、近年では当て板接着工法が行われ始めている<sup>5)-18)</sup>。この当て板接着工法では、樹脂材を用いて補強用の当て板を鋼部材へと接着して補強する。そのため、当て板をボルトで締結する補強のように、鋼部材にボルト孔を設ける必要がなく、場合によっては供用しながら短期間で施工できる。当て板には、写真 1.1 に示すような炭素繊維強化樹脂（Carbon Fiber Reinforced Polymer: CFRP）板を用いたり、写真 1.2 に示すような炭素繊維シート<sup>7)</sup>や炭素繊維ストランドシートといったフレキシブルな繊維材料を

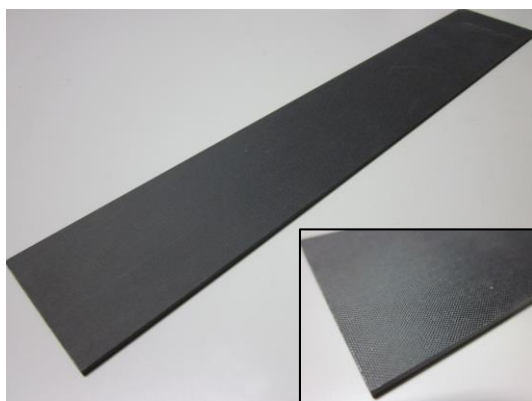


写真 1.1 炭素繊維強化樹脂板



写真 1.2 炭素繊維シート

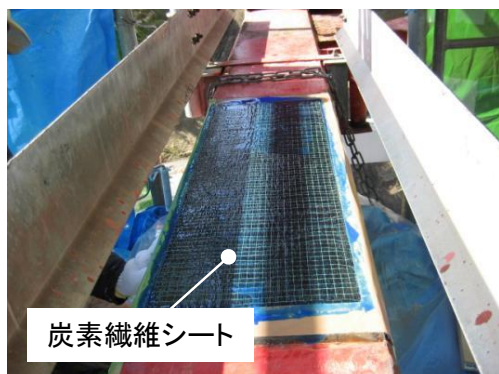


写真 1.3 腐食によって断面減少したトラス  
下弦材の当て板接着補修<sup>7), 9), 10)</sup>



写真 1.4 横桁の当て板接着補強<sup>5), 9)</sup>

樹脂マトリクスに含浸しながら接着する方法が用いられることが多い。これらの材料は鋼と同等あるいはそれ以上の弾性係数を有し、さらに軽量であるため、少人数で重機を用いずに施工することができる。また、少数ではあるが、当て板に鋼板を用いた補強事例も報告されている<sup>18)</sup>。

軸力を受ける鋼部材に対して当て板接着補修を行った施工事例<sup>7), 9), 10)</sup>を写真 1.3 に示す。この施工事例では、トラスの下弦材に生じた部分腐食に対して、性能回復を目的として当て板接着が行われている。補修材料には炭素繊維シートを用いており、鋼板溶接補修や部材交換等の代わりに当て板接着補修を用いることで、重機を用いずに施工することができる。

写真 1.4 は曲げモーメントを受ける鋼部材に対して当て板接着補強を行った施工事例<sup>5), 9)</sup>である。この施工事例では、設計荷重の変更に対応するために、横桁に対して当て板接着補強を行っている。補強材には板厚 1.2mm の CFRP 板を 10 枚積層して使用している。施工期間は約 1 週間で完了し、鋼板をボルトで締結する補強を用いる場合の計画日数 45 日間に対して、大幅に工期を短縮することができている。

イギリスでは、鉄道橋に対して当て板接着補強を行った事例がある<sup>8)</sup>。この事例では、活荷重によって横桁に生じる応力を約 25% 低減させるために、鋼よりも弾性係数の高い CFRP 板を横桁下面に接着して曲げ補強を行っている。施工は、列車の通過を規制することなく、供用下で行われた。

これらのように当て板接着による補修・補強は、多くの場合、重機を用いたり、母材にボルト孔を設けることなく、簡易かつ迅速に補修・補強することができる。

当て板接着工法の応用として、近年では写

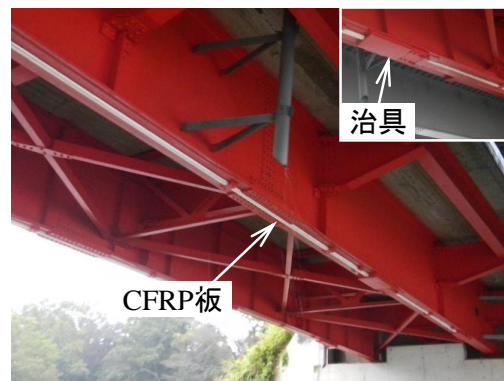


写真 1.5 緊張力を与えた当て板を接着  
することによる補強<sup>9)</sup>

真 1.5 に示すように，当て板に緊張力を導入して接着することによって，鋼部材にプレストレスを導入する工法も提案されている<sup>9), 11)-17)</sup>．この補強方法は，外ケーブル工法と同様に死荷重による応力を低減するのみでなく，活荷重作用時には当て板が鋼部材と一体となって抵抗するため，補強効果を高めるために有効な手段と考えられる．ただし，現在は当て板に緊張力を導入するための治具をボルト等で鋼部材に設置する必要があり，通常の当て板接着工法よりも手間がかかる．

## 1.2 当て板接着工法の課題

当て板接着工法では，応力が接着剤を介して徐々に当て板へ伝達される．そのため，鋼部材の応力を完全合成理論の値まで低減させるためには，図 1.1 に示すように，補修・補強部分の外側に定着長を設ける必要がある．また，当て板接着後に外力が作用すると，当て板端部付近では接着剤の層に高いせん断応力と垂直応力が生じ，場合によっては当て板がはく離する可能性があることが古くから知られている<sup>19), 20)</sup>．したがって，当て板接着補強を行う際には，①当て板の定着長と，②はく離の照査に対して事前に十分な検討を行う必要がある．

海外では，鋼部材に対する当て板接着補強のガイドラインが作成されており<sup>21)~23)</sup>，それぞれ当て板の必要長さの決定方法やはく離に対する照査方法が異なっている．

当て板の長さを決定する方法として，イギリスのガイドライン<sup>21)</sup>では，接着剤に生じるせん断応力の分布特性から当て板の長さを決定している．また，当て板を鋼板とする場合には，補強部の長さに加えて， $72t_p$  以上 ( $t_p$ ：当て板の厚さ) の定着長を用いることを提案している．一方，イタリアのガイドライン<sup>22)</sup>では補強部分の外側に 200mm 以上の定着長を設けることを提案している．Schnerch らによって提案されているガイドライン<sup>23)</sup>では当て板の長さの決定方法について明記されていない．

当て板のはく離に対する照査方法について，イタリアのガイドラインと Schnersch らによるガイドラインでは，接着剤に生じる主応力からはく離の照査を行う方法が示されている．

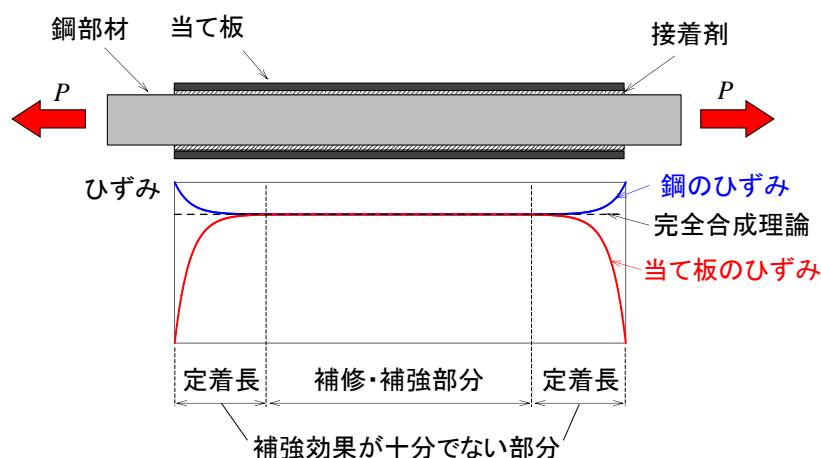


図 1.1 当て板接着補強の定着長の概念図



一方、イギリスのガイドラインでは接着剤に生じる主応力に加え、接着剤の破壊靱性によるはく離の照査方法が示されている。

我が国では炭素繊維シートを用いた鋼構造物の補修・補強工法設計・施工マニュアル<sup>24)</sup>を定めている道路会社もあるが、現在のところ、それぞれの施工に先立って実験および解析的に当て板の必要長さやはく離に対する検討が行われている。

### 1.3 既往の研究

これまでに、当て板接着による補強効果の確認、鋼部材の応力を低減させるのに必要な定着長、はく離に対する検討を目的とした研究が数多く行われている。

文献 25)、26)では、当て板接着鋼板の引張試験から当て板接着中央の応力は完全合成理論の値となることや、当て板を複数枚重ねて接着すると小さい荷重ではく離することなどを示している。文献 5)、26)、27)では、当て板接着鋼部材の曲げ試験を行っており、当て板接着鋼部材が曲げモーメントを受ける場合でも当て板接着中央の応力は完全合成理論の値となることを確認している。また、当て板端部の位置を変化させて当て板がはく離しやすい条件を検討しており、当て板端部の位置に作用する曲げモーメントが大きいほど、小さい荷重ではく離することを示している。

一方、それぞれの施工事例に対して実験的に補強効果とはく離の検討を行うには労力が必要となる。そこで、解析的に当て板の必要長さとはく離の照査を検討が行われている。解析手法としては FEM 解析が用いられることが多い。FEM 解析を用いて鋼部材の応力分布を求め、鋼部材の応力が所定の値まで低減するのに必要な当て板の定着長が検討されている<sup>28)~30)</sup>。また、FEM 解析から接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を求め、要素試験から得られる接着剤のせん断強度や引張強度と比較することで、はく離に対する照査が行われている。モデル化が適切であれば、FEM 解析によって信頼性の高い情報が得られると考えられる。しかし、接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を求めるためには、接着剤の層を細かくメッシュ分割する必要がある。そのため、当て板の幅、厚さ、長さ、積層数などをパラメトリックに検討する際には、多大な労力が必要となる。

FEM 解析を用いない応力解析手法として、微小区間の力のつり合いから微分方程式を導出し、境界条件を与えて解くことによって、鋼部材、当て板、接着剤に生じる応力を求める理論解析手法が用いられている<sup>25)、31)~33)</sup>。この理論解析を用いると、当て板の必要定着長や接着剤に生じるせん断応力、垂直応力を式として与えることができ、パラメトリックな解析が容易になる。一方で、この手法を用いる場合には、それぞれの荷重条件、支持条件に対して微分方程式を解く必要があり、当て板を複数枚重ねて接着する場合には微分方程式が高階となるため解くことが困難になるといった課題がある。最近では、ひずみに関する連立微分方程式を固有値問題として数値的に解き、接着剤に生じるせん断応力や垂直応力を算出する方法も提案されている<sup>34)~36)</sup>。

接着剤に生じるせん断応力や垂直応力が大きい場合には、当て板がはく離しないような

対策が必要となる．当て板のはく離を抑制する方法として，図 1.2(a)，(b)に示すように，当て板端部に板を当て，鋼部材下面にボルトで接合する方法<sup>37)</sup>や，炭素繊維などのシートで当て板端部をカバーし，鋼部材下面やウェブと接合する方法<sup>29)</sup>が提案されている．これらのはく離抑制工法は，当て板端部の垂直方向への変形を拘束するため，接着剤に生じる垂直応力を低減あるいは 0 にすることができると考えられる．ただし，当て板端部をボルトで固定する場合には，鋼部材にボルト孔を削孔する必要がある．一方，当て板端部付近のディテールを変化させることによって，簡易に当て板のはく離を抑制する方法がいくつか提案されている．図 1.3(a)～(d)に示す当て板端部のテーパ処理やリバーステーパ処理，接着剤端部のフィレット処理，当て板端部付近への低弾性接着剤の使用などは，接着剤に生じるせん断応力を低減する方法として広く知られており<sup>38)-45)</sup>，当て板接着補強のガイドラインでも，はく離を抑制する方法として示されている<sup>21)-23)</sup>．

上述のはく離抑制工法の他にも，接着剤に生じるせん断応力や垂直応力が高くなる場合

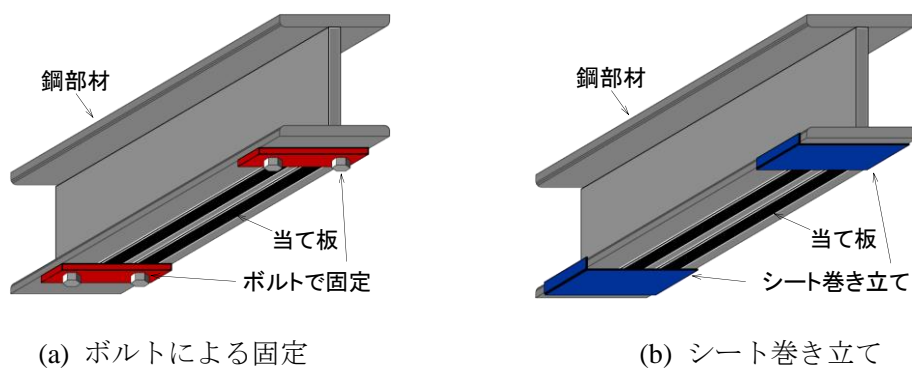


図 1.2 当て板端部の機械的固定方法

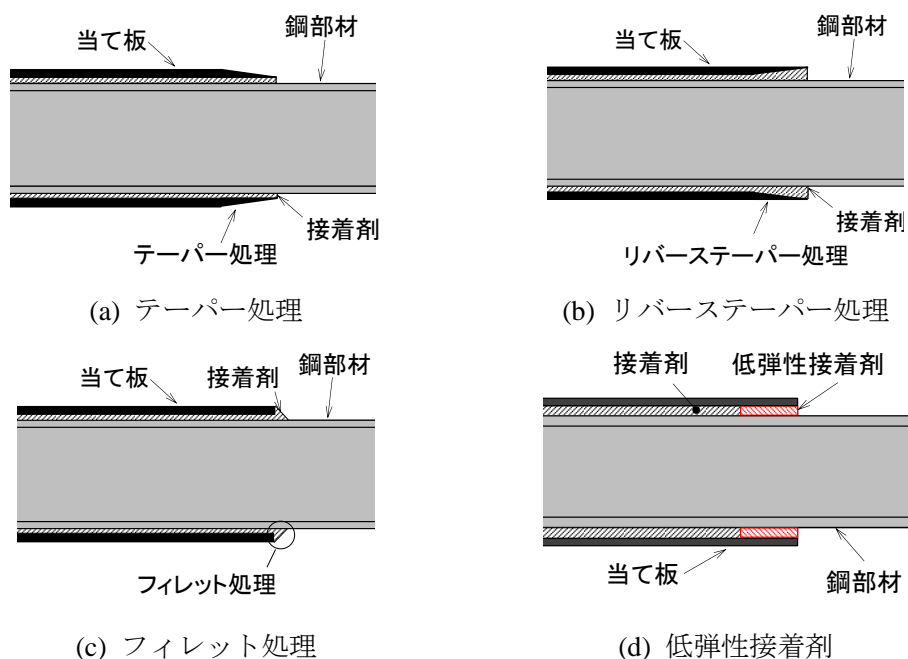


図 1.3 当て板端部のディテールを変化させることによるはく離抑制工法

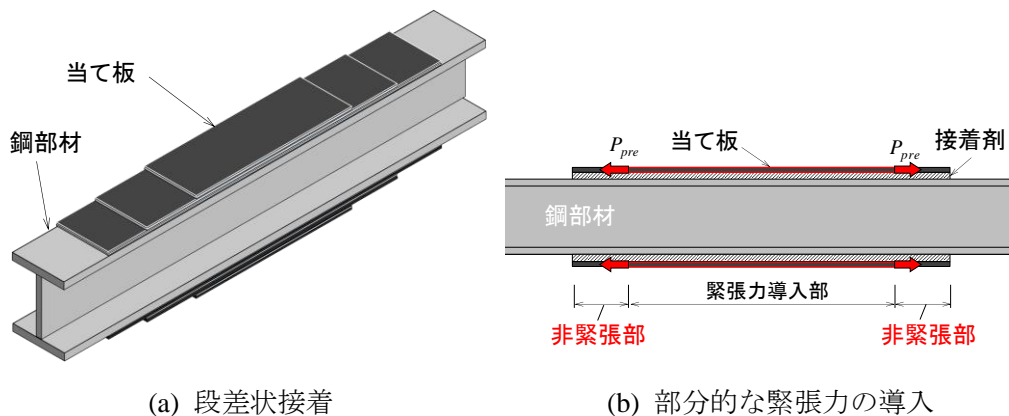


図 1.4 当て板がはく離しやすい場合に対するはく離抑制工法

に対して、当て板のはく離を抑制する方法が提案されている。例えば、実際の当て板接着補強では必要とされる剛性を得るために複数の当て板を重ねて接着することが多いが、複数の当て板を重ねて接着すると当て板がはく離しやすくなる。そこで、図 1.4(a)に示すように、各層の当て板の端部をずらして段差（ステップ）状に接着する方法が提案されている<sup>24), 34)-36), 39), 46), 47)</sup>。また、写真 1.5 で示した、当て板に緊張力を与えて接着する場合にも、当て板に導入した緊張力を鋼部材に伝達する際に接着剤にせん断応力と垂直応力が生じるため、通常の当て板接着工法よりもはく離しやすくなる。そこで、図 1.4(b)に示すように、当て板端部付近に一定の長さの緊張力非導入部を設けることによって、母材にプレストレスを与えつつ、はく離を抑制する方法も提案されている<sup>48)</sup>。

これらのような当て板のはく離抑制工法を用いることで、よりはく離に対して厳しい条件でも、当て板接着補強を行うことが可能になると考えられる。

#### 1.4 研究目的

前節で示したように、これまでに行われてきた実験的、解析的研究の成果から、当て板接着鋼部材が外力を受けるときの鋼部材、当て板、接着剤に生じる応力の分布特性などが明らかにされてきた。一方で、当て板のはく離を防止するためには、当て板がはく離する条件すなわち破壊基準を明確にし、はく離に対する照査方法を確立する必要がある。

そこで、本研究では、①当て板のはく離に対する破壊基準を明らかにし、当て板のはく離を防止するための照査方法を提案する。また、当て板のはく離に対する破壊基準が明らかになることによって、1.3 節で示したはく離抑制工法によるはく離荷重の向上効果を定量的に評価できるようになる。本研究ではさらに、②はく離抑制工法によるはく離する荷重の向上効果を明らかにするとともに、はく離抑制工法の合理的な設計方法を提案する。

#### 1.5 論文構成

第 2 章、第 3 章では、それぞれ軸力および曲げモーメントが作用する鋼部材に当て板を

接着したときに接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の理論解を導出する．第2章の軸力を受ける当て板接着鋼部材の理論解析では，設計荷重の変更による補強，疲労き裂に対する補修，腐食による断面欠損に対する補修を想定したモデルから接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を導出する．第3章の曲げモーメントを受ける当て板接着鋼部材の理論解析では，単純支持および片持ち支持の当て板接着鋼部材が等曲げモーメント，集中荷重および等分布荷重といったあらゆる外力を受ける場合に対して理論解析を行い，最終的に，どのような外力が作用する場合にも簡易に接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を算出できる式を導出する．第2章，第3章の応力解析より求まるひずみ分布はFEM解析や第4章の実験から得られるひずみ分布と比較し，その妥当性を検証する．

第4章では，当て板を接着した鋼部材の引張試験および曲げ試験を行い，当て板のはく離強度を検証する．引張試験では第2章，第3章の理論解析と同様に，一般の鋼板に加え，切断鋼板，断面欠損を有する鋼板に当て板を接着した試験体の引張試験を行い，鋼板と当て板の応力の分担やはく離荷重を検証する．さらに，幅や厚さの異なる当て板を鋼板に接着し，はく離しやすい当て板の断面形状を検討する．曲げ試験では片持ち支持の当て板接着鋼部材に集中荷重を載荷する試験と，単純支持の当て板接着鋼部材の4点曲げ載荷試験を行い，鋼部材と当て板の応力の分担やはく離荷重を検証する．さらに，片持ち支持で集中荷重を載荷する試験では，はく離しやすい当て板の断面形状を検討する．

第5章では，第4章から得られたはく離強度を用いて，当て板がはく離する条件すなわち破壊基準を明らかにする．当て板のはく離に対する破壊基準として，接着剤の最大せん断応力，クーロンの破壊規準，最大主応力，ミーゼス応力，合成応力度，エネルギー解放率を用いて，第4章の試験結果を整理し，それらを統計的に評価することによってはく離に対する破壊基準を検討する．

第6章では，第2章，第3章で示した理論解析手法を応用することによって，FEM解析を用いずにはく離荷重向上効果を簡易に算出する手法を提案する．さらに第5章で明らかとなったはく離に対する破壊基準から，これまでに提案されているはく離抑制工法によるはく離荷重の向上効果を定量的に評価する．また，はく離抑制効果を最大限とするための当て板寸法の決定方法などを示す．

第7章では，実際に軸力および曲げを受ける鋼部材に当て板を接着するときの，当て板の長さの決定方法や，はく離を防止するための照査方法をケーススタディで示す．

第8章は本研究で得られた成果をまとめたものである．本論文の構成を図1.5に示す．

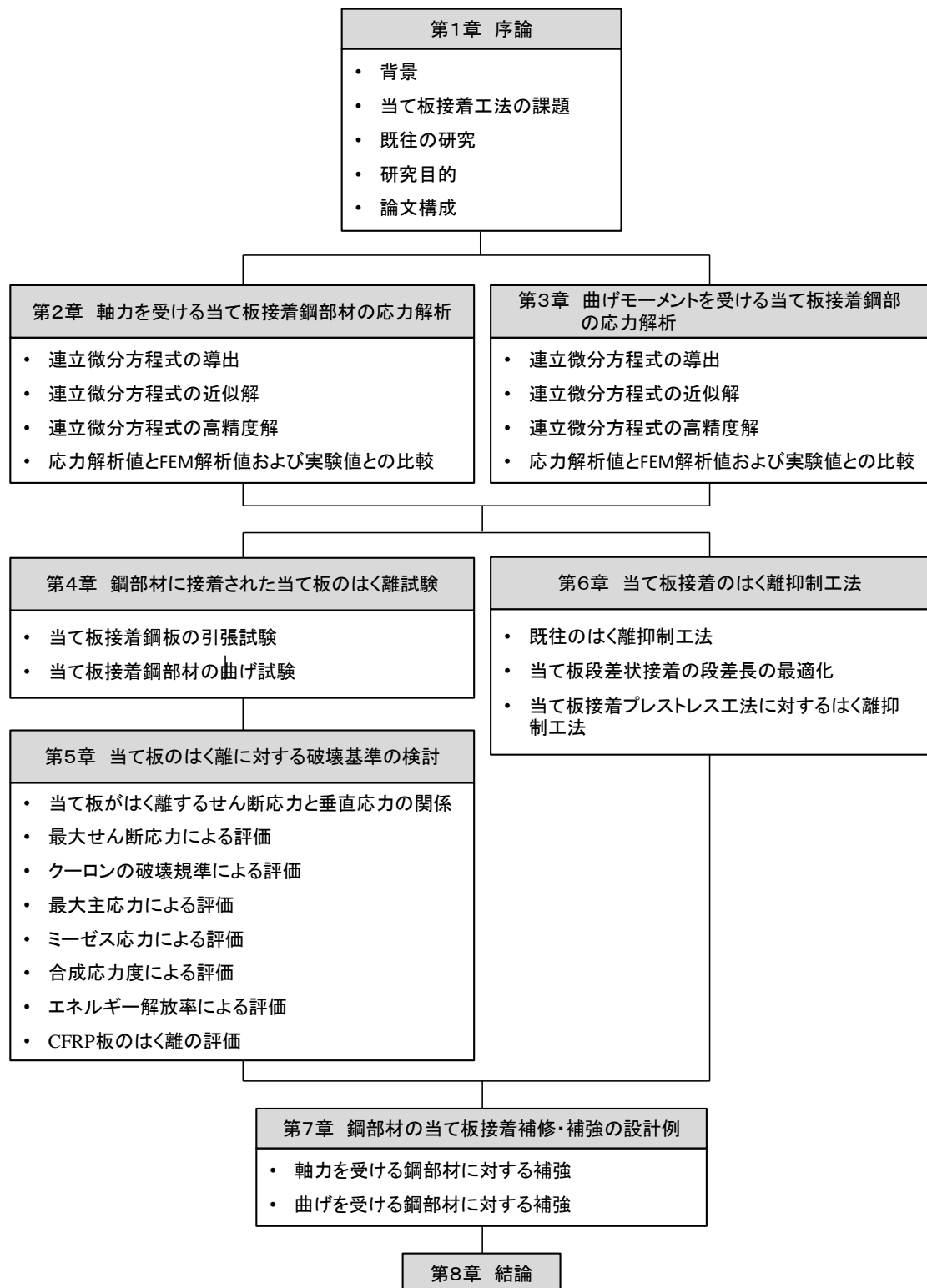


図 1.5 本論文の構成

【参考文献】

- 1) 国土交通省国土技術政策総合研究所：平成 23 年度道路構造物に関する基本データ集，ISSN1346-7328，国総研資料第 693 号，2012.
- 2) (社)土木学会：鋼構造シリーズ 18 腐食した鋼構造物の耐久性照査マニュアル，丸善，2010.
- 3) (社)日本道路協会：鋼橋の疲労，丸善，1997.
- 4) (社)日本道路協会：道路橋示方書(I 共通編・II 鋼橋編)・同解説，丸善，2012.
- 5) 渡邊憲市，板垣一也，鈴木博之：炭素繊維強化樹脂板による鋼橋の補強，鋼構造年次論文報告集，第 8 巻，2000.
- 6) Miller, T.C., Chajes, M.J., Mertz, D.R. and Hastings, J. N.: Strengthening of a steel bridge girder using CFRP plates, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, USA, Vol.6, pp.514-522, 2001.
- 7) 富田芳男，稲葉尚文，杉浦江，大垣賀津雄：炭素繊維シートによる鋼トラス橋の補修効果計測，土木学会第 61 回年次学術講演会概要集 I，pp.541-542，2007.
- 8) Moy, S.S.J. and Bloodworth, A.G.: Strengthening a steel bridge with CFRP composites, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures & Buildings* 160 Issue SB2, pp.81-93, 2007.
- 9) 土木学会複合構造委員会：複合構造化による土木構造物の延命化，第 64 回土木学会年次学術講演会研究討論会，研-21 資料，2009.
- 10) 杉浦 江，小林 朗，稲葉尚文，本間淳史，大垣賀津雄，長井正嗣：鋼部材腐食損傷部の炭素繊維シートによる補修技術に関する設計・施工方法の提案，土木学会論文集 F，Vol.65，No.1，106-118，2009.
- 11) 村上英樹，安森 浩，小林 朗，立石晶洋：鋼部材に対する炭素繊維プレートを用いた緊張力導入に関する実験的研究，プレストレストコンクリート技術協会，第 15 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集，pp.359-362，2006.
- 12) 松村政秀，北田俊行，北田 健，並木宏徳：プレストレスを導入した CFRP による鋼桁のポストテンション補強法と補強効果に関する研究，構造工学論文集，Vol.51A，pp.183-192，2005.
- 13) K. Nozaka and K. Ueda, Pre-Tensioning Device of CFRP Strips for Strengthening of Cracked Steel Plates, 7th German-Japan Joint Symposium on Steel and Composite Bridges, pp. 106-107 on Book, Paper No.28 on CD, 2007.
- 14) B. Täljsten, C.S. Hansen and J.W. Schemidt, Strengthening of old metallic structures in fatigue with prestressed and non-prestressed CFRP laminates, *Construction and Building Materials*, Vol.23, pp.1665-1677, 2009.
- 15) 石川敏之：プレストレスが導入された CFRP 板接着・切断鋼板の理論解析，応用力学論文集，Vol.12，pp.907-914，2009.

- 16) 石川敏之：プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材のはく離曲げモーメント，構造工学論文集，Vol.56A，pp.991-998，2010.
- 17) 立神久雄，長谷川剛，栗田幸治，井上浩男：炭素繊維プレート緊張剤を用いた構造物の補強工法(アウトプレート工法)，三井造船技報，No.201，pp.35-40，2010.
- 18) 松本英宜，中山太士，福田光央，藤井 堅：腐食した鋼鉄道橋の鋼板接着による補強の検討，土木学会第 66 回学術講演会概要集，I-616，pp.1231-1232，2011.
- 19) Goland, M. and Reissner, E.: The stresses in cemented joints. *Journal of Applied Mechanics*, Vol.11, pp.A17-A27, 1944.
- 20) Hart-Smith, L. J., NASA contract report, CR-112236, 1973.
- 21) Cadei, J.M.C., Strafford, T.J., Hollaway, L.C. and Duckett, W.G.: Strengthening metallic structures using externally bonded fibre-reinforced polymers, CIRIA, C595, 2004.
- 22) National Research Council: Guidelines for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures, CNR-DT 202, 2007.
- 23) Schnerch, D., Dawood, M. Rizkalla, S. and Sumner, E.: Proposed design guidelines for strengthening of steel bridges with FRP materials, *Construction and Building Materials*, Vol.21, pp.1001-1010, 2007.
- 24) 株式会社高速道路総合研究所：炭素繊維シートを用いた鋼構造物の補修・補強工法設計・施工マニュアル，2013.
- 25) 大倉一郎，福井唯夫，中村圭吾，松上泰三：炭素繊維シートによる鋼板応力の低下とはく離せん断応力，土木学会論文集，No.689，I-57，pp.239-249，2001.
- 26) 杉浦 江，稲葉尚文，小林 朗，大垣賀津雄，長井正嗣：鋼部材補修における炭素繊維シートの剥離挙動に関する実験的研究，鋼構造論文集，第 16 巻第 63 号，pp.87-98，2009.
- 27) 越智内士，松村政秀，久部修弘：鋼 I 桁下フランジに貼付する鋼弾性 CFRP 板の剥離防止方法に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol.57A，pp.114-124，2011.
- 28) 野阪克義，古川喬朗：CFRP 板接着による鋼板き裂補修効果への板厚の影響に関する解析的研究，鋼構造論文集，第 11 巻，第 43 号，pp.41-48，2004.
- 29) Colombi, P. and Poggi, C.: An experimental, analytical and numerical study of the static behavior of steel beams reinforced by pultruded CFRP strips, *Composites, Part B engineering*, Vol.37, pp. 64-73, 2006.
- 30) 杉浦 江，小林 朗，大垣賀津雄，稲葉尚文，富田芳男，長井正嗣：鋼部材腐食損傷部の補修における炭素繊維シート接着方法に関する解析的研究，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.806-813，2008.
- 31) Bocciarelli, M., Colombi, P., Fava, G. and Poggi, C.: Prediction of debonding strength of tensile steel/CFRP joints using fracture mechanics and stress based criteria, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.76, pp.299-313, 2009.

- 32) Smith, S.T. and Teng, J.G.: Interfacial stresses in plated beams, *Engineering Structures*, Vol.23, pp.857-871, 2001.
- 33) Deng, J., Lee, M.M.K. and Moy, S.S.J.: Stress analysis of steel beams reinforced with a bonded CFRP plate, *Composite Structures*, Vol.65, pp.205-215, 2004.
- 34) 宮下 剛, 長井正嗣: 一軸引張りを受ける多層の CFRP が積層された鋼板の応力解析, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.2, pp.378-392, 2010.
- 35) 宮下 剛, 石川敏之: 多層の CFRP 板が積層された曲げを受ける鋼部材の応力解析, 土木学会論文集 A1, Vol.69, No.1, pp.26-39, 2013.
- 36) 石川敏之, 宮下 剛: 一軸引張を受ける CFRP 板接着鋼板に対する段差の設計法, 土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol.67, No.2, pp.351-359, 2011.
- 37) 越智内士, 松村政秀, 久部修弘: 鋼 I 桁下フランジに貼付する鋼弾性 CFRP 板の剥離防止方法に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.57A, pp.114-124, 2011.
- 38) Fitton, M.D. and Broughton, J.G.: Variable modulus adhesives: an approach to optimised joint performance, *International Journal of Adhesion & Adhesives*, Vol.25, pp.329-336, 2005.
- 39) Stratford, T. and Cadei, J.: Elastic analysis of adhesion stresses for the design of a strengthening plate bonded to a beam, *Construction and Building Materials*, Vol.20, pp.34-35, 2006.
- 40) 石川敏之, 大倉一郎, 西田貴裕, 横田季彦, 斉藤 誠: CFRP 板付着端近傍への低弾性接着剤の使用によるはく離せん断応力の低減, 構造工学論文集, Vol.54A, pp.842-849, 2008.
- 41) Linghoff, D., Haghani R. and Al-Emrani, M.: Carbon-fibre composites for strengthening steel structures, *Thin-Walled Structures*, Vol.47, pp.1048-1058, 2009.
- 42) Haghani, R., Al-Emrani, M. and Kliger, R.: Interfacial stress analysis of geometrically modified adhesive joints in steel beams strengthened with FRP laminates, *Construction and Building Materials*, Vol.23, pp.1413-1422, 2009.
- 43) Haghani, R., Al-Emrani, M. and Kliger, R.: Stress distribution in adhesive joints with tapered laminates -effect of tapering length and material properties, *Journal of Composite Materials*, Vol.44, pp.287-302, 2010.
- 44) Belakhdar, K., Tounsi, A., Benyoucef, S., Adda Bedia, E. A. and El Hassar, S. M.: On the reduction of the interfacial stresses in a repaired beam with an adhesively bonded FRP plate, *Composite Interfaces*, Vol.17, pp.1-14, 2010.
- 45) Bouchikhi, A.S., Megueni, A. Gouasmi, S. and Boukoulda, F.B.: Effect of mixed adhesive joints and tapered plate on stresses in retrofitted beams bonded with a fiber-reinforced polymer plate, *Materials and Design*, Vol.50, pp.893-904, 2013.
- 46) 石川敏之, 大倉一郎, 小村啓太: CFRP 板の端部に段差を設けることによるはく離荷重上昇の理論解析, 土木学会論文集 A, Vol.65, No.2, pp.362-367, 2009.
- 47) 石川敏之: 端部に段差を有する CFRP 板が接着された切断鋼板の理論解析, 土木学会論



文集 A, Vol.66, No.4, pp.717-722, 2010.

- 48) 野阪克義, 石川敏之, 小林 朗: 部分的にプレテンションされた CFRP 板接着鋼板におけるはく離せん断応力, 構造工学論文集, Vol.57A, pp.1026-1033, 2011.

## 第2章 軸力を受ける当て板接着鋼部材の応力解析

本章では，当て板接着鋼部材に軸力が作用する場合に対して，鋼部材，当て板および接着剤に生じる応力を算出する方法を示す．さらに，本章で示す応力解析から求められる鋼部材，当て板のひずみ分布および接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を実験値およびFEM 解析値と比較し，応力解析手法の妥当性を検証する．

### 2.1 連立微分方程式の導出

図 2.1 に示すような，両面に左右対称に当て板が接着された鋼部材に対して，軸力が作用するとき，微小区間に生じる力を図 2.2 に示す．ここで，鋼部材，当て板および接着剤は全て線形弾性体とし，接着剤層は非常に薄く弾性係数も小さいことから，接着剤に生じる軸力，せん断力および曲げモーメントは無視している．また，接着剤層の上下面に生じているせん断応力および垂直応力は，接着剤の厚さ方向に一定としている．

図 2.2 に示す鋼部材および当て板の微小区間に作用する水平方向および垂直方向の力のつり合いより，接着剤に生じるせん断応力  $\tau(x)$  および垂直応力  $\sigma_y(x)$  は次式となる，

$$\tau(x) = -\frac{1}{2b_p} \cdot \frac{dN_s(x)}{dx} \quad (2.1)$$

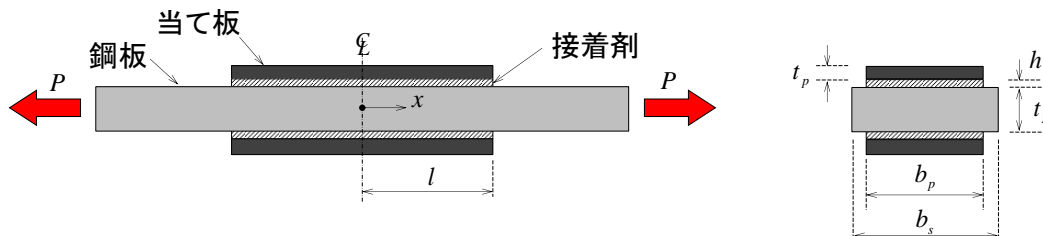
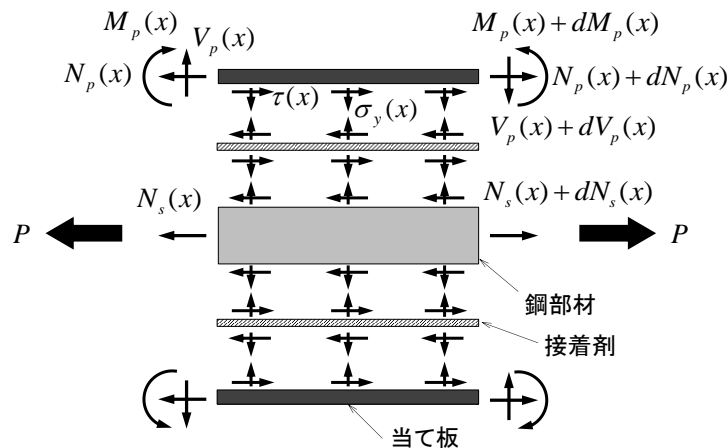


図 2.1 軸力を受ける当て板接着鋼部材



$$\tau(x) = \frac{1}{b_p} \cdot \frac{dN_p(x)}{dx} \quad (2.2)$$

$$\sigma_y(x) = \frac{1}{b_p} \cdot \frac{dV_p(x)}{dx} \quad (2.3)$$

ここに,

$b_p$  : 当て板の幅 (接着幅) ,

$N_s(x)$  : 鋼部材に生じる軸力,

$N_p(x)$  : 当て板に生じる軸力,

$V_p(x)$  : 当て板に生じるせん断力.

また, 微小区間の鋼部材および当て板に作用する曲げモーメントのつり合いより, 次式の関係が得られる.

$$V_p(x) - b_p d_p \tau(x) = \frac{dM_p(x)}{dx} \quad (2.4)$$

ここに,

$d_p$  : 当て板の図心から当て板の接着面までの距離,

$M_p(x)$  : 当て板に生じる曲げモーメント.

一方, 接着剤層の上下面の水平変位および鉛直変位から, 接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を次式で仮定する.

$$\tau(x) = \frac{G_e}{h} \{u_s(x) - u_{pl}(x)\} \quad (2.5)$$

$$\sigma_y(x) = -\frac{E_e}{h} v_p(x) \quad (2.6)$$

ここに,

$G_e$  : 接着剤のせん断弾性係数,

$E_e$  : 接着剤の弾性係数,

$h$  : 接着剤の厚さ,

$u_s(x)$  : 鋼部材の水平変位,

$u_{pl}(x)$  : 当て板接着面の水平変位,

$v_p(x)$  : 当て板の鉛直変位.

式(2.5)および式(2.6)の両辺を  $x$  に関して, それぞれ1階および2階微分すると次式となる.

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G_e}{h} \left\{ \frac{N_p(x)}{E_p A_p} - \frac{M_p(x)}{E_p I_p} d_p - \frac{N_s(x)}{E_s A_s} \right\} \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2\sigma_y(x)}{dx^2} = -\frac{E_e}{h} \cdot \frac{M_p(x)}{E_p I_p} \quad (2.8)$$

ここに,

$E_s$  : 鋼部材の弾性係数,  
 $E_p$  : 当て板の弾性係数,  
 $A_s$  : 鋼部材の断面積,  
 $A_p$  : 当て板の断面積,  
 $I_s$  : 鋼部材の断面二次モーメント,  
 $I_p$  : 当て板の断面二次モーメント.

式(2.1)～(2.4), (2.7), (2.8)で示した連立微分方程式を解くことによって, 接着剤に生じるせん断応力 $\tau(x)$ と垂直応力 $\sigma_y(x)$ が得られる.

この連立微分方程式に対して, 幾何学的条件を用いることで鋼部材の軸力に関する微分方程式と当て板のせん断力に関する微分方程式の2つに分けて解く近似的解法<sup>1), 2)</sup>と, ひずみに関する1階の連立微分方程式を固有値問題として数値的に解く高精度解法<sup>3), 4)</sup>がある. 次節以降に, 連立微分方程式の近似的解法および高精度解法を示す.

## 2.2 連立微分方程式の近似解

位置 $x$ の断面における鋼部材および当て板の軸力, せん断力および曲げモーメントのつり合いから次式の関係を得る.

$$N_s(x) + 2N_p(x) = P \quad (2.9)$$

ここに,

$P$  : 作用軸力.

式(2.1), (2.4)および(2.9)を用いて, 式(2.7)を整理すると次式となる.

$$\frac{d^3\tau(x)}{dx^3} - \frac{2b_p G_e}{h} \left( \frac{1}{2E_p A_p} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{d_p^2}{E_p I_p} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} = -\frac{b_p G_e}{h} \cdot \frac{d_p}{E_p I_p} \sigma_y(x) \quad (2.10)$$

式(2.10)からわかるように, 接着剤に生じるせん断応力に関する微分方程式には接着剤に生じる垂直応力の項が含まれている. 文献 4)では, 鋼部材に切断縁や断面欠損が無い場合に対してのみ, 式(2.10)と同様な微分方程式を直接解き, 接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の高精度な解を求めている. しかし, 式(2.10)を直接解くことは煩雑であることから, 本節では, 接着剤のせん断応力と垂直応力を近似的に求める方法を示し, 次節では高精度な解を数値的に求める方法を示す.

接着剤に生じるせん断応力を近似的に求めるため, 当て板に生じる曲げモーメント $M_p$ を0とし式(2.10)を再度整理すると, 次式の鋼部材の軸力に関する微分方程式が得られる<sup>1), 2)</sup>.

$$\frac{d^2 N_s(x)}{dx^2} - c_a^2 N_s(x) = -c_a^2 \xi_0 P \quad (2.11)$$

ここに,

$$c_a = \sqrt{\frac{2b_p G_e}{h} \left( \frac{1}{2E_p A_p} + \frac{1}{E_s A_s} \right)} = \sqrt{\frac{b_p G_e}{h} \cdot \frac{2}{1-\xi_0} \cdot \frac{1}{E_s A_s}} \quad (2.12)$$

$$\xi_0 = \frac{1}{1 + 2E_p A_p / E_s A_s} \quad (2.13)$$

式(2.11)で示した鋼部材の軸力に関する微分方程式の一般解は次式となる.

$$N_s(x) = X_1 \sinh(c_a x) + X_2 \cosh(c_a x) + \xi_0 P \quad (2.14)$$

ここに,  $X_1$  および  $X_2$  は鋼部材の軸力に関する未定係数であり, 境界条件から決定される.

式(2.1)に式(2.14)を代入すると, 接着剤に生じるせん断応力は次式となる.

$$\tau(x) = -\frac{c_a}{b_p} \{X_1 \cosh(c_a x) + X_2 \sinh(c_a x)\} \quad (2.15)$$

一方, 式(2.8)を  $x$  に関して 1 階微分し, (2.1)および(2.3)を用いて整理すると, 次式で示す鋼部材のせん断力に関する 4 階の微分方程式が得られる.

$$\frac{d^4 V_p(x)}{dx^4} + 4\omega_a^4 V_p(x) = \omega_a^4 t_p \frac{dN_s(x)}{dx} \quad (2.16)$$

ここに,

$$\omega_a = \sqrt[4]{\frac{b_p E_e}{4h} \cdot \frac{1}{E_p I_p}} \quad (2.17)$$

式(2.16)の一般解は次式となる.

$$\begin{aligned} V_p(x) = & Y_1 \cosh(\omega_a x) \sin(\omega_a x) + Y_2 \sinh(\omega_a x) \cos(\omega_a x) \\ & + Y_3 \cosh(\omega_a x) \cos(\omega_a x) + Y_4 \sinh(\omega_a x) \sin(\omega_a x) \\ & + W_a \{X_1 \cosh(\omega_a x) + X_2 \sinh(\omega_a x)\} \end{aligned} \quad (2.18)$$

ここに,

$$W_a = \frac{c_a t_p}{4 + (c_a / \omega_a)^4} \quad (2.19)$$

$Y_1 \sim Y_4$  は鋼部材のせん断力に関する未定係数であり, 境界条件から決定される.

式(2.3), (2.8), (2.18)から, 当て板に生じる曲げモーメントおよび接着剤に生じる垂直応力は次式となる.

$$M_p(x) = -\frac{2\omega_a^3 h E_p I_p}{b_p E_e} \left[ \begin{aligned} &(Y_1 - Y_2) \cosh(\omega_a x) \cos(\omega_a x) \\ &-(Y_1 + Y_2) \sinh(\omega_a x) \sin(\omega_a x) \\ &-(Y_3 - Y_4) \sinh(\omega_a x) \cos(\omega_a x) \\ &-(Y_3 + Y_4) \cosh(\omega_a x) \sin(\omega_a x) \\ &+ \frac{c_a^3}{2\omega_a^3} W_a \{X_1 \sinh(c_a x) + X_2 \cosh(c_a x)\} \end{aligned} \right] \quad (2.20)$$

$$\sigma_y(x) = -\frac{\omega_a}{b_p} \left[ \begin{aligned} &Y_1 \{ \sinh(\omega_a x) \sin(\omega_a x) + \cosh(\omega_a x) \cos(\omega_a x) \} \\ &+ Y_2 \{ \cosh(\omega_a x) \cos(\omega_a x) - \sinh(\omega_a x) \sin(\omega_a x) \} \\ &+ Y_3 \{ \sinh(\omega_a x) \cos(\omega_a x) - \cosh(\omega_a x) \sin(\omega_a x) \} \\ &+ Y_4 \{ \cosh(\omega_a x) \sin(\omega_a x) + \sinh(\omega_a x) \cos(\omega_a x) \} \\ &+ \frac{c_a}{b_p} W_a \{X_1 \sinh(c_a x) + X_2 \cosh(c_a x)\} \end{aligned} \right] \quad (2.21)$$

鋼部材に生じる応力  $\sigma_s(x)$  および当て板に生じる応力  $\sigma_p(x)$  は次式より求めることができる。

$$\sigma_s(x) = \frac{N_s(x)}{A_s} \quad (2.22)$$

$$\sigma_p(x) = \frac{N_p(x)}{A_p} + \frac{M_p(x)}{I_p} y_p \quad (2.23)$$

ここに、

$y_p$  : 当て板の図心からの距離。

鋼部材の両面に当て板を接着する場合、鋼部材が切断されている場合および鋼部材に断面欠損がある場合の未定係数  $X_1$ ,  $X_2$  および  $Y_1 \sim Y_4$  を次に記す。

#### (a) 鋼部材の両面に当て板を接着した場合

図 2.1 に示したように、両面に当て板が接着された鋼部材が引張荷重を受けるとき、当て板の両端部で鋼部材に生じる軸力が  $P$  となる条件 ( $N_s(l) = P$ ) および、当て板中央で接着剤に生じるせん断応力が 0 となる条件 ( $\tau(0) = 0$ ) から、鋼部材の軸力に関する未定係数が次式のように決定される。

$$X_1 = 0 \quad (2.24)$$

$$X_2 = \frac{(1 - \xi_0)P}{\cosh(c_a l)} \quad (2.25)$$

ここに、

$l$  : 当て板の半長さ。

また、当て板の端部で当て板のせん断力および曲げモーメントが 0 となる条件 ( $V_p(l) = 0$ ),

$M_p(l)=0$ ) および当て板接着鋼部材中央の対称条件から、当て板のせん断力に関する未定係数が次式のように決定される。

$$Y_1 = -\frac{W_a}{\psi_1} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^3 \frac{\tanh(\omega_a l)}{\tan(\omega_a l)} + \left\{ \tanh(\omega_a l) + \frac{1}{\tan(\omega_a l)} \right\} \tanh(c_a l) \right] (1 - \xi_0) P \quad (2.26)$$

$$Y_2 = \frac{W_a}{\psi_1} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^3 + \left\{ \tanh(\omega_a l) - \frac{1}{\tan(\omega_a l)} \right\} \tanh(c_a l) \right] (1 - \xi_0) P \quad (2.27)$$

$$Y_3 = Y_4 = 0 \quad (2.28)$$

$$\psi_1 = \frac{\sinh(\omega_a l)}{\sin(\omega_a l)} + \frac{\cos(\omega_a l)}{\cosh(\omega_a l)} \quad (2.29)$$

当て板の半長さ  $l$  が十分に長いとき ( $l \cong \infty$ )、 $1/\cosh(c_a l) \cong 0$  となることから、式(2.14)を式(2.22)に代入して得られる当て板中央の鋼部材に生じる応力  $\overline{\sigma}_s(0)$  と、式(2.9)の関係から得られる当て板図心軸に生じる応力  $\overline{\sigma}_p(0)$  はそれぞれ次式に収束する。

$$\overline{\sigma}_s(0) = \frac{\xi_0}{A_s} P = \frac{1}{A_s + 2(E_p/E_s)A_p} P \quad (2.30)$$

$$\overline{\sigma}_p(0) = \frac{1 - \xi_0}{2A_p} P = \frac{1}{A_s + 2(E_p/E_s)A_p} \cdot \frac{E_p}{E_s} P \quad (2.31)$$

式(2.30)および式(2.31)は鋼部材と当て板が完全合成されている仮定したときの応力となっている。

また、当て板の両端の接着剤に生じるせん断応力  $\tau(l)$  および垂直応力  $\sigma_y(l)$  はそれぞれ次式に収束する。

$$\bar{\tau}(l) = \frac{c_a}{2b_p} (1 - \xi_0) P \quad (2.32)$$

$$\overline{\sigma}_y(l) = 2W_a \frac{\omega_a}{c_a} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^3 - \frac{c_a}{\omega_a} + 2 \right\} \bar{\tau}(l) \quad (2.33)$$

式(2.33)からわかるように、鋼部材が軸力を受けるとき、当て板端部の接着剤に生じる垂直応力  $\overline{\sigma}_y(l)$  は、接着剤に生じるせん断応力  $\bar{\tau}(l)$  に断面寸法や材料定数から決定される係数

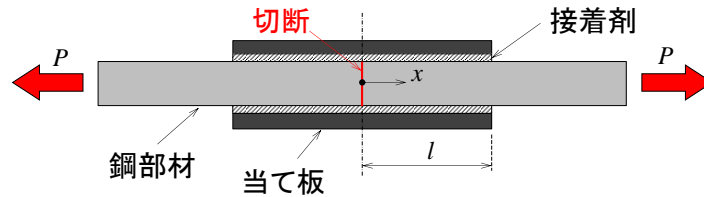


図 2.3 当て板が接着された切断鋼部材

を乗じた値となっている。

**(b) 鋼部材中央が切断されている場合**

図 2.3 に示すように、中央で切断されている鋼部材の両面に当て板が接着されているとき、当て板の両端部で鋼部材に生じる軸力が  $P$  となる条件 ( $N_s(l) = P$ ) および、鋼部材の切断縁で鋼部材に生じる軸力が 0 となる条件 ( $N_s(0) = 0$ ) から、鋼部材の軸力に関する未定係数が次式のように決定される。

$$X_1 = -\frac{1 - \cosh(c_a l)}{\sinh(c_a l)} \xi_0 P \quad (2.34)$$

$$X_2 = -\xi_0 P \quad (2.35)$$

また、当て板の端部で当て板のせん断力および曲げモーメントが 0 となる条件 ( $V_p(l) = 0$ ,  $M_p(l) = 0$ ) および、鋼部材の切断縁で当て板のせん断力とたわみ角が 0 となる条件 ( $V_p(0) = 0$ ,  $d^2 V_p(0)/dx^2 = 0$ ) から、当て板のせん断力に関する未定係数が次式のように決定される。

$$Y_1 = \frac{W_a X_1}{\psi_1} \cdot \frac{1}{\cosh(\omega_a l) \sin(\omega_a l)} \left\{ \cos^2(\omega_a l) + \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^2 \sinh^2(\omega_a l) \right\} \\ + \frac{W_a X_2}{\psi_1} \cdot \frac{\tanh(\omega_a l)}{\tan(\omega_a l)} \left[ \left\{ \tan(\omega_a l) + \frac{1}{\tanh(\omega_a l)} \right\} \frac{1 - \cosh(c_a l)}{\sinh(c_a l)} - \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^3 \right] \quad (2.36)$$

$$Y_2 = \frac{W_a X_1}{\psi_1} \cdot \frac{1}{\cosh(\omega_a l) \sin(\omega_a l)} \left\{ \cosh^2(\omega_a l) + \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^2 \sin^2(\omega_a l) \right\} \\ + \frac{W_a X_2}{\psi_1} \cdot \frac{\tanh(\omega_a l)}{\tan(\omega_a l)} \left[ \left\{ \frac{1}{\tan(\omega_a l)} - \tanh(\omega_a l) \right\} \frac{1 - \cosh(c_a l)}{\sinh(c_a l)} + \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^3 \right] \quad (2.37)$$

$$Y_3 = -W_a X_1 \quad (2.38)$$

$$Y_4 = -\frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^2 W_a X_1 \quad (2.39)$$

当て板の接着長さ  $l$  が十分に長いとき、当て板端部の位置の接着剤に生じるせん断応力  $\tau(l)$  および垂直応力  $\sigma_y(l)$  は、鋼部材が切断されていない場合のそれと等しく、式(2.32)および(2.33)に収束する。

一方、鋼部材が切断されている場合には、鋼部材切断縁の接着剤に生じるせん断応力および垂直応力も大きくなる。当て板の長さが十分に長いとき、鋼部材切断縁の接着剤に生じるせん断応力および垂直応力は次式に収束する。

$$\bar{\tau}(0) = \frac{c_a}{2b_p} \xi_0 P \quad (2.40)$$



$$\overline{\sigma_y}(0) = -2W_a \frac{\omega_a}{c_a} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^2 - \frac{c_a}{\omega_a} + 1 \right\} \overline{\tau}(0) \quad (2.41)$$

式(2.41)からわかるように, 鋼部材切断縁でも同様に, 接着剤に生じる垂直応力 $\overline{\sigma_y}(0)$ は, 接着剤に生じるせん断応力 $\overline{\tau}(0)$ に断面寸法や材料定数から決定される係数を乗じた値となっている.

### (c) 鋼部材に断面欠損がある場合

図 2.4 に示すように, 鋼部材が中央から $l_d$  の範囲にわたって上下左右対称に断面欠損を有するとき, 断面欠損部( $0 \leq x \leq l_d$ ) および断面欠損のない部分( $l_d \leq x \leq l$ ) に対してそれぞれ, 鋼部材の軸力および当て板のせん断力に関する微分方程式が与えられる.

$$N_s(x) = \begin{cases} X_1 \sinh(c_d x) + X_2 \cosh(c_d x) + \xi_d P & (0 \leq x \leq l_d) \\ X_3 \sinh\{c_a(x-l_d)\} + X_4 \cosh\{c_a(x-l_d)\} + \xi_0 P & (l_d \leq x \leq l) \end{cases} \quad (2.42)$$

$$V_p(x) = \begin{cases} Y_1 \cosh(\omega_d x) \sin(\omega_d x) + Y_2 \sinh(\omega_d x) \cos(\omega_d x) \\ + Y_3 \cosh(\omega_d x) \cos(\omega_d x) + Y_4 \sinh(\omega_d x) \sin(\omega_d x) \\ + W_d \{X_1 \cosh(c_d x) + X_2 \sinh(c_d x)\} & (0 \leq x \leq l_d) \\ Y_5 \cosh\{\omega_a(x-l_d)\} \sin\{\omega_a(x-l_d)\} \\ + Y_6 \sinh\{\omega_a(x-l_d)\} \cos\{\omega_a(x-l_d)\} \\ + Y_7 \cosh\{\omega_a(x-l_d)\} \cos\{\omega_a(x-l_d)\} \\ + Y_8 \sinh\{\omega_a(x-l_d)\} \sin\{\omega_a(x-l_d)\} \\ + W_a [X_3 \cosh\{c_a(x-l_d)\} + X_4 \sinh\{c_a(x-l_d)\}] & (l_d \leq x \leq l) \end{cases} \quad (2.43)$$

ここに,

$$c_d = \sqrt{\frac{b_p G_e}{h_d} \cdot \frac{2}{1-\xi_d} \cdot \frac{1}{E_s A_{sd}}} \quad (2.44)$$

$$\omega_d = \sqrt[4]{\frac{b_p E_e}{4h_d} \cdot \frac{1}{E_p I_p}} \quad (2.45)$$

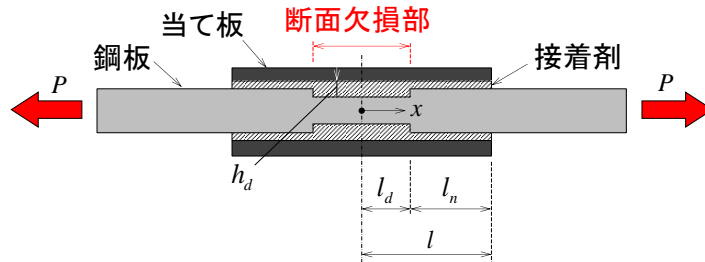


図 2.4 当て板が接着された断面欠損鋼部材

$$\xi_d = \frac{1}{1 + 2E_p A_p / (E_s A_{sd})} \quad (2.46)$$

$$W_d = \frac{c_d t_p}{4 + (c_d / \omega_d)^4} \quad (2.47)$$

$l_d$  : 鋼部材の断面欠損部の半長さ,  
 $A_{sd}$  : 断面欠損部の鋼部材の断面積,  
 $h_d$  : 断面欠損部の接着剤の厚さ.

当て板の両端部で鋼部材に生じる軸力が  $P$  となる条件 ( $N_s(l) = P$ ), 断面欠損端部で当て板の軸力と接着剤のせん断変位が連続する条件および, 当て板中央で接着剤に生じるせん断応力が 0 となる条件 ( $\tau(0) = 0$ ) から, 鋼部材の軸力に関する未定係数が次式のように決定される.

$$X_1 = 0 \quad (2.48)$$

$$X_2 = \frac{ZP}{\cosh(c_d l_d)} \quad (2.49)$$

$$X_3 = \frac{c_d h_d}{c_a h} Z \tanh(c_d l_d) P \quad (2.50)$$

$$X_4 = (\xi_d - \xi_0 + Z)P \quad (2.51)$$

ここに,

$$Z = \frac{(1 - \xi_0) / \cosh(c_a l_n) - \xi_d + \xi_0}{1 + c_d h_d / (c_a h) \tanh(c_l l_n) \tanh(c_d l_d)} \quad (2.52)$$

$l_n$  : 当て板の端部から断面欠損端部までの長さ ( $= l - l_d$ ).

また, 当て板の端部で当て板のせん断力および曲げモーメントが 0 となる条件 ( $V_p(l) = 0$ ,  $M_p(l) = 0$ ), 断面欠損端部で当て板のせん断力, 曲げモーメント, たわみ角およびたわみが連続する条件から, 当て板のせん断力に関する未定係数が決定される. 当て板のせん断力に関する未定係数は 8 つあり求めるのが複雑となるため, 次式で示すように連立方程式を数値的に解いて求める.

$$\mathbf{Y} = \Omega_1^{-1} \Omega_2 \mathbf{X} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{Y} = [Y_1 \ Y_2 \ Y_5 \ Y_6 \ Y_7 \ Y_8]^T \quad (2.54)$$

$$Y_3 = Y_4 = 0 \quad (2.55)$$

$$\Omega_1 = \begin{pmatrix} \Omega_1(l_d) \\ \Omega_1(l) \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

$$\Omega_1(l_d) = \begin{pmatrix} CH(\omega_d l_d)S(\omega_d l_d) & SH(\omega_d l_d)C(\omega_d l_d) & 0 & 0 & -1 & 0 \\ CH(\omega_d l_d)C(\omega_d l_d) & -CH(\omega_d l_d)S(\omega_d l_d) & -\frac{\omega_d}{\omega_a} & \frac{\omega_d}{\omega_a} & 0 & 0 \\ -SH(\omega_d l_d)S(\omega_d l_d) & -SH(\omega_d l_d)C(\omega_d l_d) & 0 & 0 & 0 & -\frac{\omega_a}{\omega_d} \\ SH(\omega_d l_d)C(\omega_d l_d) & -CH(\omega_d l_d)S(\omega_d l_d) & 0 & 0 & 0 & -\frac{\omega_a}{\omega_d} \\ CH(\omega_d l_d)C(\omega_d l_d) & CH(\omega_d l_d)S(\omega_d l_d) & -\frac{h\omega_a}{h_d\omega_d} & -\frac{h\omega_a}{h_d\omega_d} & 0 & 0 \\ +SH(\omega_d l_d)S(\omega_d l_d) & -SH(\omega_d l_d)C(\omega_d l_d) & \frac{h\omega_a}{h_d\omega_d} & \frac{h\omega_a}{h_d\omega_d} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

$$\Omega_1(l) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -CH(\omega_a l)S(\omega_a l) & -SH(\omega_a l)C(\omega_a l) & -CH(\omega_a l)C(\omega_a l) & -SH(\omega_a l)S(\omega_a l) \\ 0 & 0 & -CH(\omega_a l)C(\omega_a l) & CH(\omega_a l)S(\omega_a l) & +CH(\omega_a l)S(\omega_a l) & -SH(\omega_a l)C(\omega_a l) \\ & & +SH(\omega_a l)S(\omega_a l) & +SH(\omega_a l)C(\omega_a l) & +SH(\omega_a l)C(\omega_a l) & +CH(\omega_a l)S(\omega_a l) \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

$$\Omega_2 = \begin{pmatrix} -W_d SH(c_d l_d) & -W_d SH(c_d l_d) & 0 & W \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{c_d}{\omega_d}\right)^3 W_d CH(c_d l_d) & -\frac{1}{2}\left(\frac{c_d}{\omega_d}\right)^3 W_d SH(c_d l_d) & \frac{1}{2}\left(\frac{c_d}{\omega_d}\right)^3 \frac{\omega_d}{\omega_a} W_a & 0 \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{c_d}{\omega_d}\right)^2 W_d SH(c_d l_d) & -\frac{1}{2}\left(\frac{c_d}{\omega_d}\right)^2 W_d CH(c_d l_d) & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{c_d}{\omega_d}\right)^2 W_a \\ -\frac{c_d}{\omega_d} W_d CH(c_d l_d) & -\frac{c_d}{\omega_d} W_d SH(c_d l_d) & \frac{h}{h_d} \cdot \frac{c_a}{\omega_d} W_a & 0 \\ 0 & 0 & W & W \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{c_a}{\omega_a}\right)^3 W_a CH(c_a l) & \frac{1}{2}\left(\frac{c_a}{\omega_a}\right)^3 W_a SH(c_a l) \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

ここに、 $S(\cdot), C(\cdot), SH(\cdot), CH(\cdot)$  はそれぞれ  $\sin(\cdot), \cos(\cdot), \sinh(\cdot), \cosh(\cdot)$  を示す。

当て板端部から断面欠損端部の長さ  $l_n$  が十分に長いとき、当て板の両端の接着剤に生じるせん断応力  $\tau(l)$  および垂直応力  $\sigma_y(l)$  は、鋼部材に断面欠損がない場合のそれと等しく、式(2.32)および(2.33)に収束する。

一方、鋼部材に断面欠損がある場合には、断面欠損端部の接着剤に生じるせん断応力も大きくなる。当て板端部から断面欠損端部の長さ  $l_n$  が十分に長いとき、断面欠損端部の接着剤に生じるせん断応力および垂直応力は次式に収束する。

$$\bar{\tau}(0) = \frac{c_a}{2b_p} \cdot \frac{(\xi_0 - \xi_d)P}{c_a h / \{c_d h_d \tanh(c_d l_d)\} + 1} \quad (2.60)$$

### 2.3 連立微分方程式の高精度解

2.2 節の近似的解法では、2.1 節で示した連立微分方程式を解くために、当て板の曲げモーメント  $M_p$  が 0 となる条件を与えて、接着剤に生じるせん断応力を近似的に与えている。また、接着剤に生じるせん断応力の近似解を用いて接着剤に生じる垂直応力を求めている。

一方、当て板の曲げモーメントが 0 となる条件を与えずに、2.1 節で示した連立微分方程式を解くことによって、鋼部材、当て板および接着剤に生じる応力の高精度な解を得ることができる。式(2.1)～(2.4), (2.7), (2.8)の鋼部材と当て板の軸力、せん断力、曲げモーメントおよび接着剤に生じるせん断応力、垂直応力をひずみで表すとそれぞれ次式となる。

$$\frac{d\varepsilon_{sN}(x)}{dx} = -\frac{2b_p G_e}{E_s A_s} \gamma_e(x) \quad (2.61)$$

$$\frac{d\varepsilon_{pN}(x)}{dx} = \frac{b_p G_e}{E_p A_p} \gamma_e(x) \quad (2.62)$$

$$\frac{d\gamma_p(x)}{dx} = \frac{b_p E_e}{G_p A_p'} \varepsilon_{ey}(x) \quad (2.63)$$

$$\frac{d\varepsilon_{pM}(x)}{dx} = \frac{d_p}{E_p I_p} G_p A_p' \gamma_p(x) - \frac{b_p d_p^2}{E_p I_p} G_e \gamma_e(x) \quad (2.64)$$

$$\frac{d\gamma_e(x)}{dx} = \frac{1}{h} (\varepsilon_{pN}(x) - \varepsilon_{pM}(x) - \varepsilon_{sN}(x)) \quad (2.65)$$

$$\frac{d^2 \varepsilon_{ey}(x)}{dx^2} = -\frac{1}{h} \cdot \frac{\varepsilon_{pM}(x)}{d_p} \quad (2.66)$$

ここに,

- $\varepsilon_{sN}(x)$  : 鋼部材に生じる軸力によるひずみ,
- $\varepsilon_{pN}(x)$  : 当て板に生じる軸力によるひずみ,
- $\gamma_p(x)$  : 当て板に生じるせん断力によるひずみ,
- $\varepsilon_{pM}(x)$  : 当て板に生じる曲げモーメントによるひずみ,
- $\varepsilon_{ey}(x)$  : 接着剤の垂直ひずみ,
- $\gamma_e(x)$  : 接着剤のせん断ひずみ,
- $A_p'$  : 当て板のせん断有効断面積.

式(2.66)を1階の微分方程式とするため, 補助変数として次式を加える.

$$\frac{d\varepsilon_{ey}(x)}{dx} = \varepsilon_{ey}(x)' \quad (2.67)$$

式(2.67)を用いて式(2.66)を整理しなおすと次式となる.

$$\frac{d\varepsilon_{ey}(x)'}{dx} = -\frac{1}{h} \cdot \frac{\varepsilon_{pM}(x)}{d_p} \quad (2.68)$$

式(2.61)～(2.65), (2.67), (2.68)の連立微分方程式をベクトルおよび行列で表すと次式となる<sup>1)</sup>.

$$\frac{d\mathbf{\varepsilon}(x)}{dx} = A_d \mathbf{\varepsilon}(x) \quad (2.69)$$

ここに,

$$\mathbf{\varepsilon}(x) = [\varepsilon_{sN}(x) \quad \varepsilon_{pN}(x) \quad \gamma_p(x) \quad \varepsilon_{pM}(x) \quad \varepsilon_{ey}(x) \quad \gamma_e(x) \quad \varepsilon_{ey}(x)']^T \quad (2.70)$$

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}_{3 \times 1}^T & \mathbf{F}_b^T \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & B_{a1} & B_{b1} \\ \mathbf{F}_c & B_{c1} & B_1 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$B_{a1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_p A_p' d_p / (E_p I_p) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

$$B_{b1} = \begin{bmatrix} 0 & -b_p G_e / (E_p A_p) & 0 \\ -b_p E_e / (G_p A_p') & 0 & 0 \\ 0 & -b_p d_p^2 G_e / (E_p I_p) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

$$B_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1/h & 0 & -1/h \\ 0 & 0 & 1/(h d_s) \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$\mathbf{F}_b = \begin{bmatrix} 0 & 2G_e b_p / (E_s A_s) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.76)$$

$$\mathbf{F}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1/h & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.77)$$

式(2.67)の固有値解析から，鋼部材，当て板および接着剤のひずみに関するベクトルが得られる．

鋼部材，当て板および接着剤に生じるひずみベクトルの一般解は次式となる．

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x) = Y(x)\mathbf{C} \quad (2.78)$$

ここに，

$$Y(x) = T e^{\Lambda x} T^{-1} \quad (2.79)$$

$$T = [\mathbf{a}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_7] \quad (2.80)$$

$$e^{\Lambda x} = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 x} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{\lambda_7 x} \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

ここに，

$\lambda_i$  : 係数行列  $A_a$  の  $i$  番目の固有値,

$\mathbf{a}_i$  : 係数行列  $A_a$  の  $i$  番目の固有値  $\lambda_i$  に属する固有ベクトル.

未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  は式(2.78)に鋼部材, 当て板および接着剤のひずみに関する境界条件を与えて次式で求められる.

$$\mathbf{C} = Y_0^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad (2.82)$$

ここに,

$Y_0$  :  $Y(x)$  に境界条件の位置を与えて得られる行列,

$\boldsymbol{\varepsilon}_0$  : 境界条件をひずみで表したベクトル.

当て板の接着半長さ  $l$  が長くなると, 計算過程で桁数が大きくなり, 計算機によっては下の桁が切り捨てられることで誤差が生じ, 計算結果の精度が低下する. 接着半長さ  $l$  が長くなる場合には, 当て板を長さ方向に分割し, 分割区間の間でひずみの連続条件を与えることによって計算が可能になる. 当て板の接着半長さが長い場合の対処法については文献 3) に詳しく示されている.

未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  を求めるための境界条件を次に記す.

#### (a) 鋼部材の両面に接着した場合

図 2.1 に示すように, 両面に当て板が接着された鋼部材が軸力を受けるとき, 当て板端部で鋼部材のひずみが  $P/(E_s A_s)$  となる条件, 当て板の軸力, せん断力および曲げモーメントによるひずみが 0 となる条件, 当て板中央で当て板のせん断力, たわみ角および接着剤のせん断ひずみが 0 となる条件から, 未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  を構成する行列  $Y_0$  およびベクトル  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  は次式となる.

$$Y_0 = \begin{bmatrix} Y(l)_{11} & \cdots & Y(l)_{17} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(l)_{41} & \cdots & Y(l)_{47} \\ Y(0)_{31} & \cdots & Y(0)_{37} \\ Y(0)_{61} & \cdots & Y(0)_{67} \\ Y(0)_{71} & \cdots & Y(0)_{77} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{bmatrix} P/(E_s A_s) & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}^T \quad (2.84)$$

ここに,  $Y(l)_{ij}$  および  $Y(0)_{ij}$  は,  $Y(x)$  にそれぞれ  $x=l$  および  $x=0$  を代入して得られる  $7 \times 7$  の正方行列の  $i$  行  $j$  列の成分である.

#### (b) 鋼部材中央が切断されている場合

図 2.3 に示すように, 中央で切断されている鋼部材の両面に当て板が接着されているとき, 当て板端部で鋼部材のひずみが  $P/(E_s A_s)$  となる条件, 当て板の軸力, せん断力および曲げモーメントによるひずみが 0 となる条件, 当て板中央で鋼部材の軸力, 当て板のせん断力およびたわみ角が 0 となる条件から, 未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  を構成する行列  $Y_0$  およびベクトル

ル  $\mathbf{\varepsilon}_0$  は次式となる.

$$\mathbf{Y}_0 = \frac{\begin{bmatrix} Y(l)_{11} & \cdots & Y(l)_{17} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(l)_{41} & \cdots & Y(l)_{47} \\ Y(0)_{11} & \cdots & Y(0)_{17} \\ Y(0)_{31} & \cdots & Y(0)_{37} \\ Y(0)_{71} & \cdots & Y(0)_{77} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y(l)_{11} & \cdots & Y(l)_{17} \\ Y(0)_{11} & \cdots & Y(0)_{17} \\ Y(0)_{31} & \cdots & Y(0)_{37} \\ Y(0)_{71} & \cdots & Y(0)_{77} \end{bmatrix}} \quad (2.85)$$

$$\mathbf{\varepsilon}_0 = \begin{bmatrix} P/(E_s A_s) & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}^T \quad (2.86)$$

### (c) 鋼部材に断面欠損がある場合

図 2.4 に示すように, 中央から  $l_d$  の範囲にわたって断面欠損を有する鋼部材の両面に当て板が接着されているとき, 鋼部材の断面欠損部および, 鋼部材に断面欠損がない部分に対して, 式(2.69)で示した鋼部材, 当て板および接着剤のひずみに関する連立微分方程式が成り立つ. ただし, 鋼部材の断面欠損部 ( $0 \leq x \leq l_d$ ) では, 式(2.73)~(2.77)に含まれている  $A_s$ ,  $A_s'$ ,  $d_s$ ,  $h$  をそれぞれ  $A_{sd}$ ,  $A_{sd}'$ ,  $t_{sd}/2$ ,  $h_d$  に置き換える.

式(2.70)および式(2.79)の代わりに次式を用いて, 式(2.78)の鋼部材, 当て板および接着剤に生じるベクトルの一般解を拡張する.

$$\mathbf{\varepsilon}(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{sN}(x) & \varepsilon_{pN}(x) & \gamma_p(x) & \varepsilon_{pM}(x) & \varepsilon_{ey}(x) & \gamma_e(x) & \varepsilon_{ey}(x)' \\ \varepsilon_{sdN}(x) & \varepsilon_{pdN}(x) & \gamma_{pd}(x) & \varepsilon_{pdM}(x) & \varepsilon_{eyd}(x) & \gamma_{ed}(x) & \varepsilon_{eyd}(x)' \end{bmatrix}^T \quad (2.87)$$

$$\mathbf{Y}(x) = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_n(x) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_d(x) \end{pmatrix} \quad (2.88)$$

$$\mathbf{Y}_n(x) = \mathbf{T} e^{\Lambda x} \mathbf{T}^{-1} \quad (2.89)$$

$$\mathbf{Y}_d(x) = \mathbf{T}_d e_d^{\Lambda x} \mathbf{T}_d^{-1} \quad (2.90)$$

$$\mathbf{T}_d = [\mathbf{a}_8 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_{14}] \quad (2.91)$$

$$e_d^{\Lambda x} = \begin{pmatrix} e^{\lambda_8 x} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & e^{\lambda_{14} x} \end{pmatrix} \quad (2.92)$$

ここに,

$\varepsilon_{sdN}(x)$  : 断面欠損部の鋼部材に生じる軸力によるひずみ,

$\varepsilon_{pdN}(x)$  : 断面欠損部の当て板に生じる軸力によるひずみ,

- $\gamma_{pd}(x)$  : 断面欠損部の当て板に生じるせん断力によるひずみ,  
 $\varepsilon_{pdM}(x)$  : 断面欠損部の当て板に生じる曲げモーメントによるひずみ,  
 $\varepsilon_{eyd}(x)$  : 断面欠損部の接着剤の垂直ひずみ,  
 $\gamma_{ed}(x)$  : 断面欠損部の接着剤のせん断ひずみ,  
 $A_{pd}'$  : 断面欠損部の当て板のせん断有効断面積,  
 $\lambda_8 \sim \lambda_{14}$  : 断面欠損部の係数行列の 8～14 番目の固有値,  
 $\mathbf{a}_8 \sim \mathbf{a}_{14}$  : 係数行列  $\mathbf{A}_d$  の 8～14 番目の固有値に属する固有ベクトル.

当て板端部で鋼部材のひずみが  $P/(E_s A_s)$  となる条件, 当て板の軸力, せん断力および曲げモーメントによるひずみが 0 となる条件, 当て板中央で当て板のせん断力, たわみ角および接着剤のせん断ひずみが 0 となる条件, 鋼部材欠損端部で鋼部材の軸力が連続する条件, 接着剤のせん断変位および鉛直変位が連続する条件から, 未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  を構成する行列  $\mathbf{Y}_0$  およびベクトル  $\mathbf{\varepsilon}_0$  は次式となる.

$$\mathbf{Y}_0 = \begin{bmatrix} Y_n(l)_{11} & \cdots & Y_n(l)_{17} & & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & & \\ Y_n(l)_{41} & \cdots & Y_n(l)_{47} & & & \\ \hline A_s Y_n(l_d)_{11} & & A_s Y_n(l_d)_{17} & -A_{sd} Y_d(l_d)_{11} & -A_{sd} Y_d(l_d)_{17} & \\ Y_n(l_d)_{21} & & Y_n(l_d)_{27} & -Y_d(l_d)_{21} & -Y_d(l_d)_{27} & \\ Y_n(l_d)_{31} & & Y_n(l_d)_{37} & -Y_d(l_d)_{31} & -Y_d(l_d)_{37} & \\ Y_n(l_d)_{41} & \cdots & Y_n(l_d)_{47} & -Y_d(l_d)_{41} & \cdots & -Y_d(l_d)_{47} \\ hY_n(l_d)_{51} & & hY_n(l_d)_{57} & -h_d Y_d(l_d)_{51} & -h_d Y_d(l_d)_{57} & \\ hY_n(l_d)_{61} & & hY_n(l_d)_{67} & -h_d Y_d(l_d)_{61} & -h_d Y_d(l_d)_{67} & \\ Y_n(l_d)_{71} & & Y_n(l_d)_{77} & -Y_d(l_d)_{71} & -Y_d(l_d)_{77} & \\ \hline & & & Y_d(0)_{31} & \cdots & Y_d(0)_{37} \\ & & & Y_d(0)_{61} & \cdots & Y_d(0)_{67} \\ & & & Y_d(0)_{71} & \cdots & Y_d(0)_{77} \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

$$\mathbf{\varepsilon}_0 = \begin{bmatrix} P/(E_s A_s) & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}^T \quad (2.94)$$

## 2.4 応力解析値と FEM 解析値および実験値との比較

### 2.4.1 母材鋼板の両面に接着した場合

図 2.1 に示すような, 当て板を両面に接着した鋼板に軸力が作用するときの母材および当て板に生じるひずみと, 接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を近似解と高精度解から算出し, FEM 解析値および実験値と比較した. 母材および当て板は鋼板とし, 第 4 章の引張試験と比較するため, AN-9.0 の試験体と同じ寸法とした. 母材鋼板, 当て板および接着剤の寸法および材料定数は表 2.1 に示しており, 当て板の接着半長さ  $l$  は 150mm とした. FEM 解析には, 汎用の有限要素解析プログラム MARC<sup>5)</sup>を用いた. 対称性を考慮し, 図 2.5(a) に示すような 1/4 モデルを用いた. 材料は全て線形弾性体とし, 要素は 4 節点平面応力要素



表 2.1 計算に用いた母材鋼板，当て板，接着剤の寸法と材料定数

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	せん断弾性係数 [GPa]	ポアソン比
母材鋼板	50	12.0	200	74.0	0.30
当て板	50	9.0	200	74.0	0.30
接着剤	50	0.96	6.50	2.39	0.36

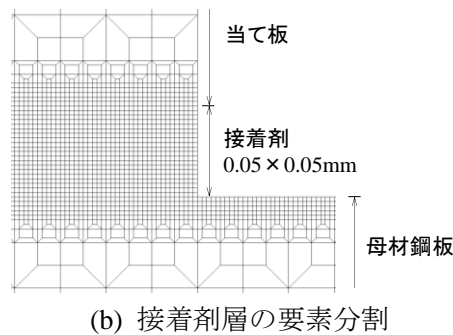
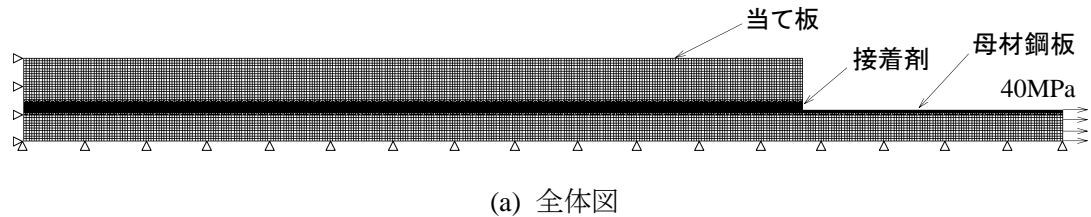


図 2.5 軸力を受ける当て板接着鋼板の FEM 解析モデル

を用いた．鋼部材および当て板は最大寸法が  $0.5 \times 0.5\text{mm}$  となるように要素を分割し，接着剤層は図 2.5(b)に示すように  $0.05 \times 0.05\text{mm}$  となるように細かく要素を分割した．

表 2.1 に示す寸法と材料定数を用いた当て板接着鋼板に対して，軸力  $P = 24\text{kN}$  が作用するときの母材鋼板図心位置のひずみと，当て板図心位置および上面のひずみを図 2.6 に示す．この図の青の実線は近似解より得られるひずみ分布であり，式(2.22)に式(2.14)を代入し母材鋼板の弾性係数で除して求めた．赤の破線は式(2.78)に示す高精度解より求まるひずみ分布である．また，第 4 章の載荷試験で鋼板の板厚中央に貼付したひずみゲージから得られた値もプロットしている．

図 2.6(a), (b)から，近似解および高精度解から求めた鋼板と当て板のひずみ分布は，FEM 解析とほぼ一致しており，実験から得られたひずみ分布をおおよそ再現できていることがわかる．また，近似解として求めたひずみ分布は高精度解とほぼ一致しており，両者の差は非常に小さいことがわかる．

図 2.6 に示す一点鎖線は，母材鋼板と当て板が完全合成であると仮定して求めたひずみであり，式(2.30)および式(2.31)をそれぞれ母材鋼板および当て板の弾性係数で除して求めた．当て板端部付近では当て板に応力が十分に伝達されないため，図 2.6(a)に示す母材鋼板のひ

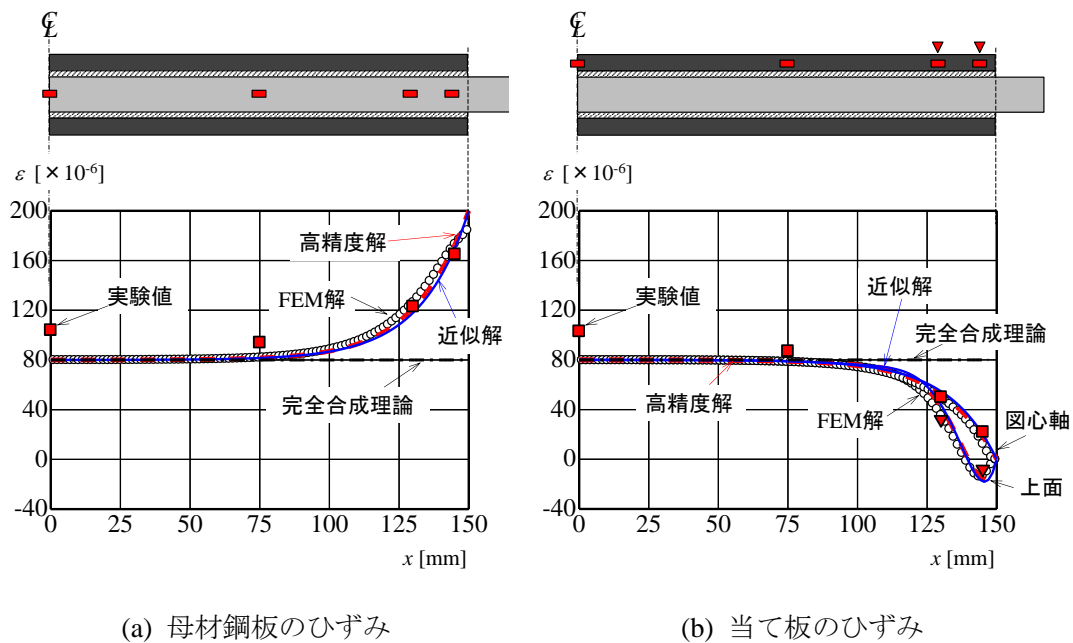


図 2.6 軸力によって当て板接着鋼板に生じるひずみ

ずみは完全合成理論の値まで低減していない．このことから，当て板接着補強を行う際には，被補強部に加えて十分な定着長が必要であることがわかる．また，当て板端部直近では，当て板に曲げモーメントが生じるため，当て板上面のひずみが負（圧縮）になっていることがわかる．当て板中央で鋼板および当て板のひずみの実験値が理論値よりも大きくなっているのは，ひずみゲージを片方の側面のみに貼付したため，载荷試験を行う際の試験体の設置のずれの影響が表れたためと考えられる．

図 2.7(a), (b)は接着剤に生じるせん断応力および垂直応力であり，近似解は式(2.15)および式(2.21)，高精度解は式(2.78)より求めた．FEM 解析の結果は接着剤層中央のせん断応力と垂直応力の値を示している．図 2.7(a), (b)から，接着剤に生じるせん断応力および垂直応力は，当て板中央付近ではほぼ 0 であり，当て板端部近傍で大きくなっていることがわかる．図 2.7(a)には，当て板端部付近の拡大図を示している．この拡大図から，近似解および高精度解より得られるせん断応力は当て板端部の位置で最大となっており，近似解の最大値の方が高精度解よりも大きくなっている．当て板の端部には，式(2.32)から求められるせん断応力の収束値をプロットしており，近似解の当て板端部のせん断応力の値とほぼ一致している．一方，FEM 解析では，当て板端部の直近で一旦最大となり，当て板端部では接着剤に生じるせん断応力が 0 に近い値となっている．このように，近似解および高精度解から求まる接着剤のせん断応力の最大値は，FEM 解析から求まるせん断応力の最大値よりも若干大きくなるが，全体的な分布形状は一致している．

図 2.7(b)の当て板端部付近の拡大図から，接着剤に生じる垂直応力でも同様に，FEM 解析の値は端部直近で最大となり，当て板端部では若干低下している．しかし，せん断応力に

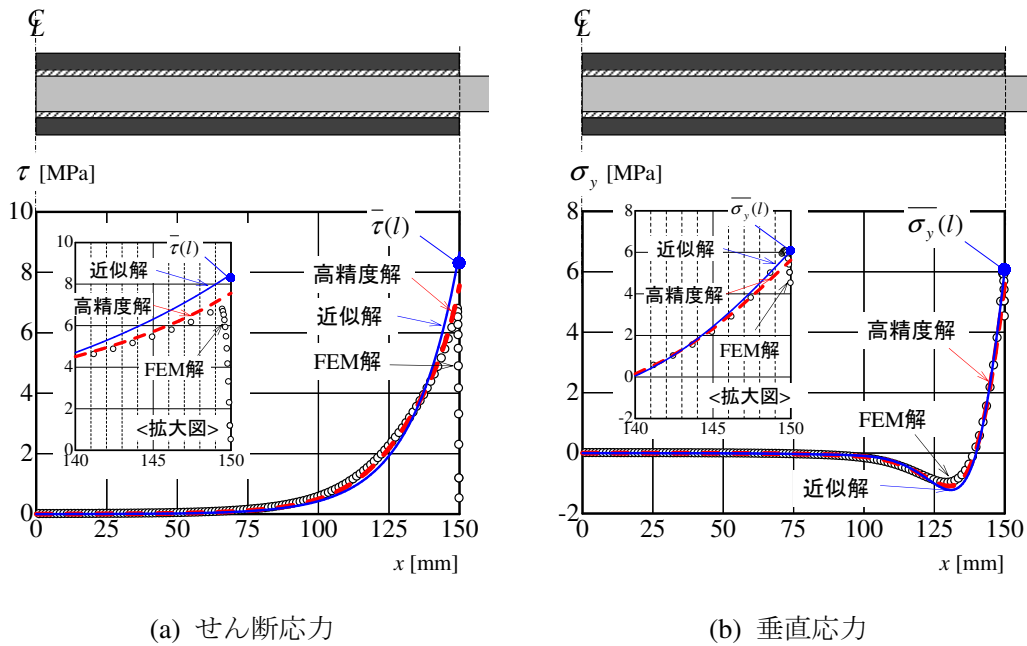


図 2.7 軸力によって接着剤に生じるせん断応力および垂直応力

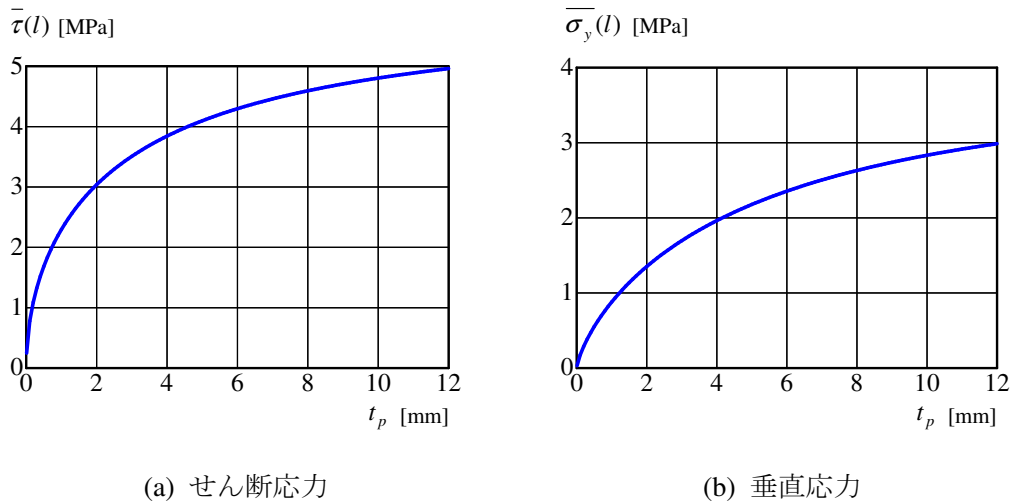


図 2.8 当て板の板厚と当て板端部の接着剤に生じるせん断応力および垂直応力の関係

比べて、近似解、高精度解および FEM 解析の垂直応力の最大値の違いは小さく、式(2.32)より求まる垂直応力の収束値とほぼ一致している。

当て板がはく離しやすい条件を検討するため、表 2.1 に示す母材鋼板、当て板および接着剤から、当て板の厚さのみを変化させて、式(2.31)および式(2.32)から求められる当て板端部の位置に生じるせん断応力と垂直応力の収束値を算出した。図 2.8 に示すように、当て板の板厚が大きくなると当て板端部の接着剤に生じるせん断応力および垂直応力は大きくなる。したがって、より伸び剛性の大きい当て板を接着する場合には、小さい荷重で当て板がはく離すると考えられる。

## 2.4.2 母材鋼板中央が切断されている場合

図 2.3 に示すような，母材鋼板中央が切断されている場合の母材鋼板と当て板の図心位置のひずみ分布を近似解，高精度解および FEM 解析より求めた．FEM 解析では，図 2.5 と同じモデルを用い，当て板中央の位置で当て板のみを軸方向に拘束した．母材鋼板，当て板は表 2.1 の値を用い，接着剤の厚さは第 4 章の試験体（AC-9.0）と同じ 0.99mm とした．

軸力  $P = 24\text{kN}$  が作用したときの母材鋼板と当て板の図心位置のひずみをそれぞれ図 2.9(a), (b) に示す．この図では，当て板中央 ( $x = 0$ ) の位置で母材鋼板が切断されている．図 2.9(a), (b) から，母材鋼板が切断されている場合には，母材鋼板の切断縁に近くなるほど母材鋼板のひずみは小さくなり，母材鋼板切断部では当て板のみが引張力を伝達している．当て板端部と母材鋼板の切断部との中央付近では，鋼板と当て板が完全合成として算出されるひずみの値となっている．近似解と高精度解より求めたひずみは，FEM 解析および第 4 章の载荷試験から得られたひずみの値とほぼ一致している．

母材鋼板が切断されている場合の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を図 2.10 に示す．図 2.10(a) に示すように，鋼板が切断されている場合には，当て板端部のみでなく鋼板の切断縁でも接着剤に生じるせん断応力が高くなる．また，図 2.10(b) に示す接着剤に生じる垂直応力は当て板端部と鋼板の切断縁で正負が異なっており，鋼板の切断縁では圧縮の垂直応力が生じている．これは，鋼板切断部付近では当て板が母材鋼板側に曲げ変形するためである．図 2.10(a), (b) には，式(2.32), (2.33), (2.40), (2.41) から求められる，母材鋼板切断縁および当て板端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束値をプロットしており，近似解および高精度解の値とほぼ一致していることがわかる．

表 2.1 に示す母材鋼板，当て板および接着剤から，当て板の厚さのみを変化させたときの，

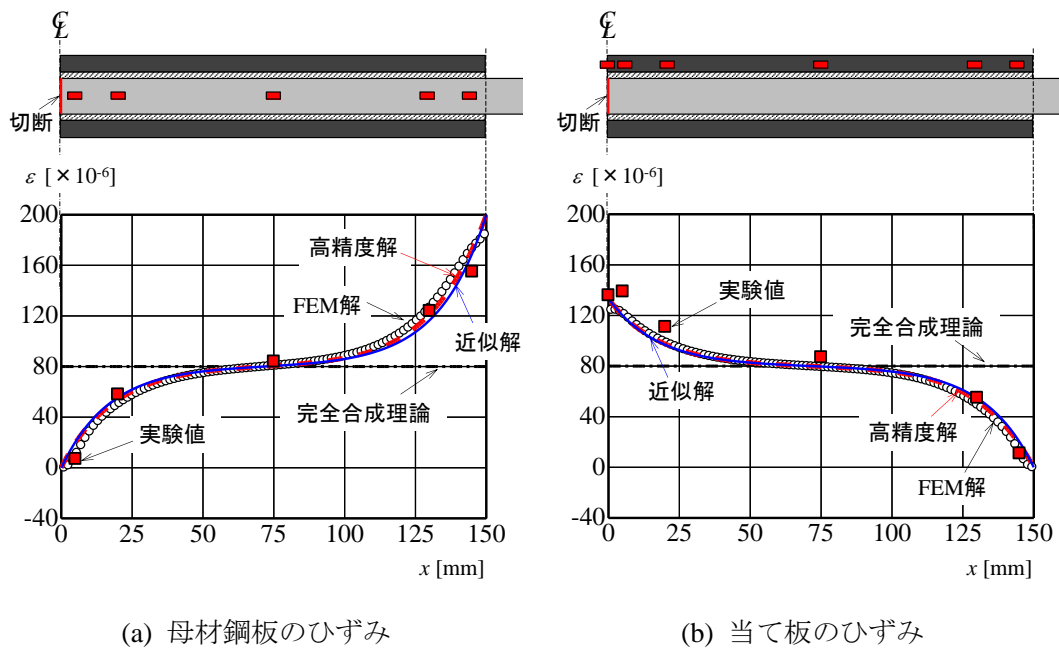
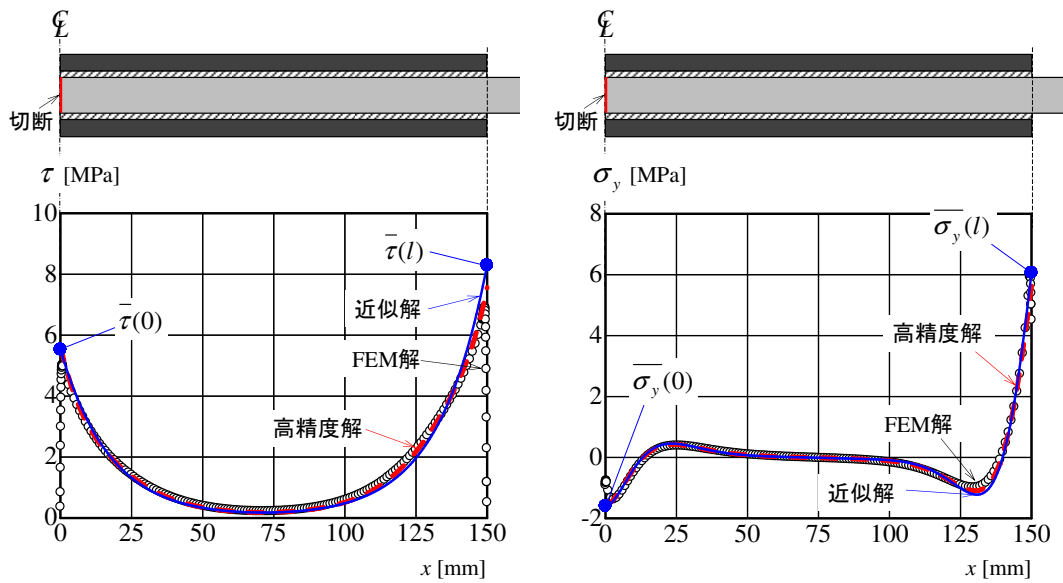


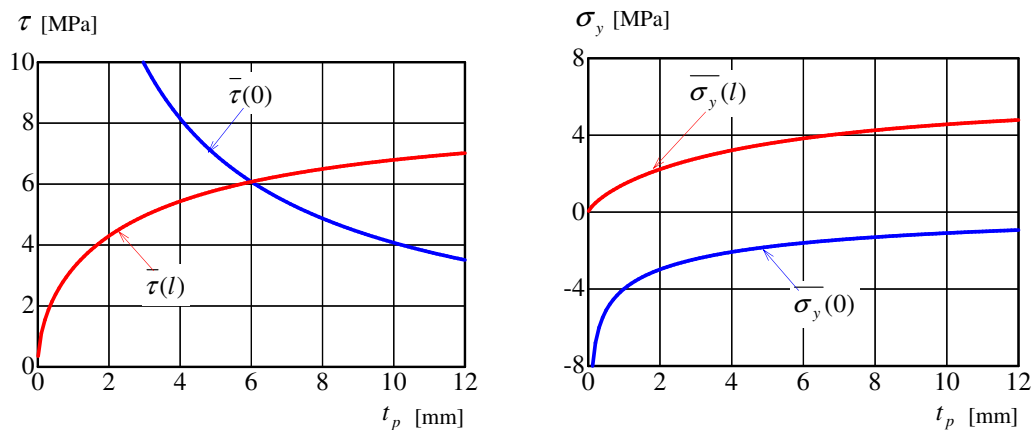
図 2.9 軸力によって当て板接着鋼板に生じるひずみ（切断鋼板）



(a) せん断応力

(b) 垂直応力

図 2.10 軸力によって接着剤に生じるせん断応力および垂直応力（切断鋼板）



(a) せん断応力

(b) 垂直応力

図 2.11 当て板の板厚と接着剤に生じるせん断応力および垂直応力の関係

母材鋼板切断部および当て板端部の接着剤に生じるせん断応力の収束値を図 2.11(a)に示している。図 2.10(a)では当て板端部の接着剤に生じるせん断応力が母材鋼板切断部よりも高いが、図 2.11(a)から、これらの値は当て板の板厚によって変化することがわかる。図 2.11(a)から、当て板の板厚が母材鋼板の板厚の 1/2 以上、すなわち当て板の伸び剛性が鋼板よりも大きいとき、接着剤に生じるせん断応力は当て板板端部で最大となり、当て板の伸び剛性が母材鋼板よりも小さいとき、接着剤に生じるせん断応力は母材鋼板の切断縁で最大となる。したがって、当て板の板厚が大きい場合には当て板の端部からはく離する可能性があり、当て板の板厚が小さい場合には母材鋼板の切断縁からはく離する可能性が高いと考え

られる。

一方、図 2.11(b)に示す接着剤に生じる垂直応力の収束値は、当て板端部では常に引張、鋼板切断部では常に圧縮となっている。当て板端部では板厚が大きくなるほど垂直応力の絶対値も大きく、母材鋼板切断縁では当て板の板厚が大きくなるほど垂直応力の絶対値は小さくなっており、せん断応力の収束値と同じ傾向となっている。

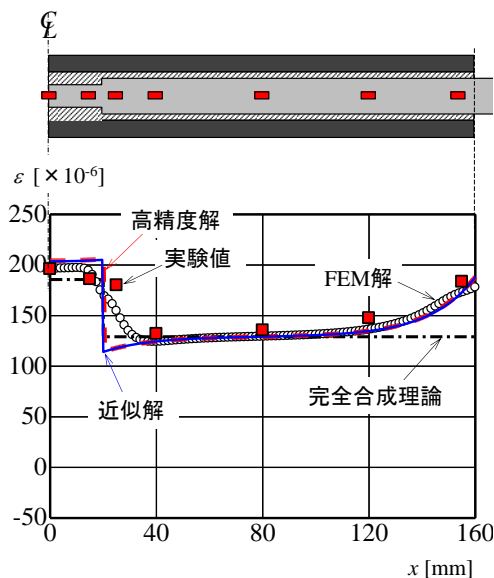
### 2.4.3 母材鋼板に断面欠損がある場合

図 2.4 に示すような、母材鋼板に矩形状の断面欠損がある場合の母材鋼板と当て板のひずみを近似解、高精度解および FEM 解析より求めた。母材、当て板、接着剤の寸法および材料定数は、第 4 章の引張試験の試験体 (AD-40) に用いた値であり、表 2.2 に示している。母材鋼板の断面欠損部分の半長さ  $l_d$  は 20mm、母材鋼板の当て板の接着半長さ  $l$  は 160mm とした。

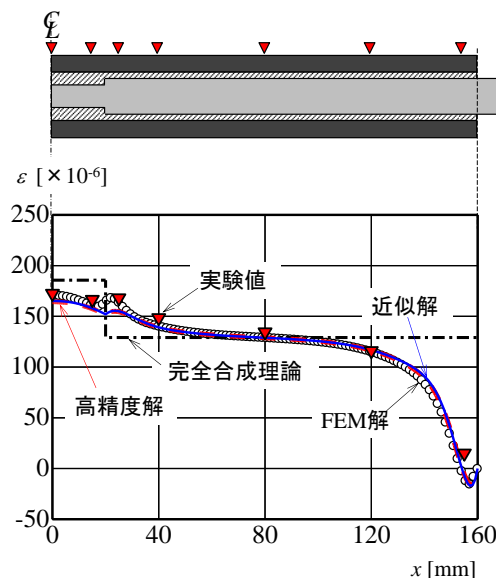
軸力  $P = 67.3\text{kN}$  が作用したときの母材鋼板に断面欠損がある場合の母材鋼板図心位置と当て板上面のひずみを図 2.12(a), (b)に示す。図 2.12(a)に示すように高精度解、近似解、

表 2.2 計算に用いた母材鋼板、当て板、接着剤の寸法と材料定数

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	せん断弾性係数 [GPa]	ポアソン比
母材鋼板	90	18.7 10.4(欠損部)	212.6	74.0	0.30
当て板	90	4.3	211.4	74.0	0.30
接着剤	90	0.45 4.6(欠損部)	2.61	0.96	0.36



(a) 母材鋼板のひずみ



(b) 当て板のひずみ

図 2.12 軸力によって当て板接着鋼板に生じるひずみ (断面欠損鋼板)

FEM 解から求められる、断面欠損部の母材鋼板のひずみは、母材鋼板と当て板を完全合成として算出した値まで低減しておらず、実験値でも同様の傾向となっていることがわかる。これは、断面欠損部では、母材鋼板と当て板の断面力の分担が変化することによって応力が再分配されるが、断面欠損部の長さが短く、応力の再分配が不十分となっているためである。図 2.13 には、断面欠損部分の長さを変化させたときの、近似解と完全合成理論から求められる母材鋼板のひずみを示している。この図の  $x$  軸は当て板の半長さで無次元化し、 $y$  軸は無補強部の母材鋼板のひずみで無次元化している。図 2.13 から、断面欠損部が長くなると、断面欠損部中央の母材鋼板のひずみは完全合成理論の値に近くなっていることがわかる。しかし、断面欠損部の端部に近い部分では、母材鋼板のひずみが合成断面理論の値まで低減していない。これは当て板の長さが十分に長い場合や、当て板がボルトで締結されている場合でも生じる現象である。したがって、断面欠損を有する鋼部材に対して当て板接着補強を行う際には、欠損した断面積以上の断面積を有する当て板で補強する必要がある。

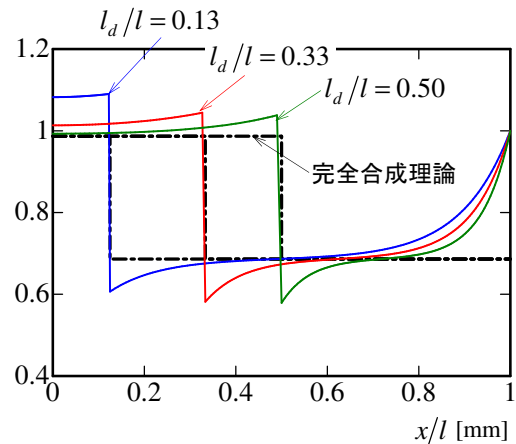


図 2.13 断面欠損部の長さと母材鋼板に生じるひずみの関係

図 2.13 から、断面欠損部が長くなると、断面欠損部中央の母材鋼板のひずみは完全合成理論の値に近くなっていることがわかる。しかし、断面欠損部の端部に近い部分では、母材鋼板のひずみが合成断面理論の値まで低減していない。これは当て板の長さが十分に長い場合や、当て板がボルトで締結されている場合でも生じる現象である。したがって、断面欠損を有する鋼部材に対して当て板接着補強を行う際には、欠損した断面積以上の断面積を有する当て板で補強する必要がある。

鋼板に断面欠損がある場合の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を図 2.14(a), (b)に示す。FEM 解析では、断面欠損部および一般部でそれぞれ接着剤層中央のせん断応力と垂直応力を求めた。接着剤に生じるせん断応力は当て板端部と断面欠損端部で大きくなってい

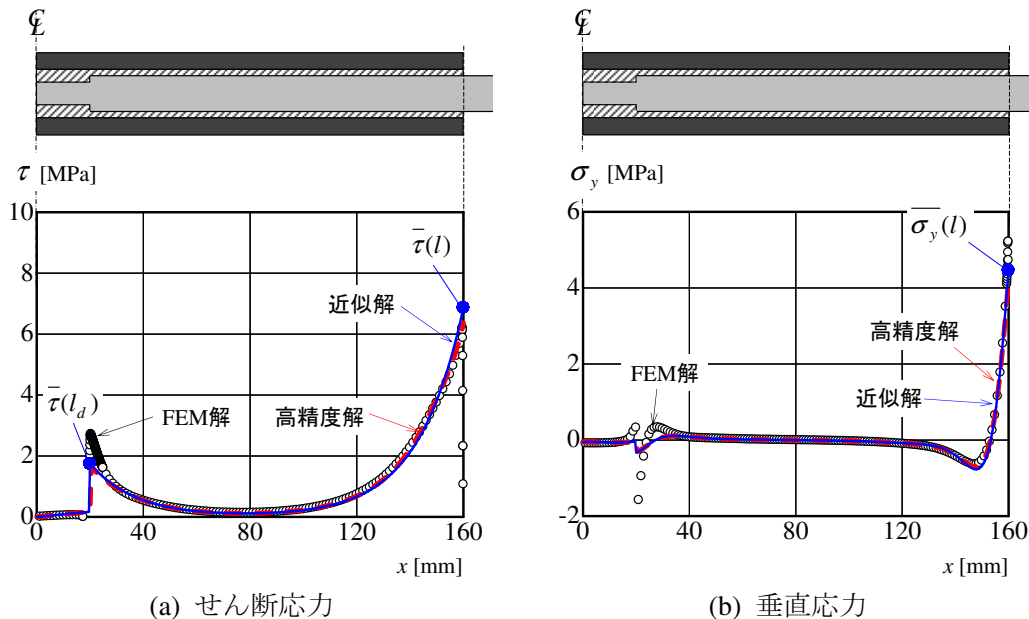


図 2.14 軸力によって接着剤に生じるせん断応力および垂直応力（断面欠損鋼板）

る．近似解および高精度解と FEM 解析から求めたせん断応力はほぼ一致しているが，断面欠損の端部のせん断応力の値は FEM 解析の方が大きくなっている．ただし，断面欠損部の端部の位置に生じるせん断応力は当て板端部のそれよりも小さい．

図 2.14(b)には接着剤に生じる垂直応力を示している．断面欠損部の端部の位置に生じる垂直応力は非常に小さいことがわかる．また，近似解および高精度解より求められる，当て板端部の位置の接着剤に生じる垂直応力は，鋼板に断面欠損が無いときの収束値とほぼ一致している．

以上のことから，本章で示した連立微分方程式の近似解および高精度解を用いることによって，両面に当て板を接着した鋼部材，切断された鋼部材，断面欠損を有する鋼部材に軸力が作用することによって鋼部材および当て板に生じるひずみを求めることができることがわかった．また，近似解および高精度解から得られる接着剤のせん断応力と垂直応力は FEM 解析より求められる値と同等であった．当て板が十分に長い場合には，当て板端部に生じるせん断応力と垂直応力の収束値は式(2.32)，(2.33)から求めることができる．

#### 【参考文献】

- 1) 大倉一郎，福井唯夫，中村圭吾，松上泰三：炭素繊維シートによる鋼板応力の低下とはく離せん断応力，土木学会論文集，No.689，I-57，pp.239-249，2001．
- 2) Bocciarelli, M., Colombi, P., Fava, G. and Poggi, C.: Prediction of debonding strength of tensile steel/CFRP joints using fracture mechanics and stress based criteria, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.76, pp.299-313, 2009.
- 3) 宮下 剛，長井正嗣：一軸引張りを受ける多層の CFRP が積層された鋼板の応力解析，土木学会論文集 A，Vol.66，No.2，pp.378-392，2010．
- 4) 石川敏之，宮下 剛，VIGH László Gergely：一軸引張を受ける CFRP 板接着鋼板に生じる応力の高精度解法，土木学会論文集 A1(構造・地震工学)，Vol.69，No.1，pp.89-100，2013．
- 5) MSC Software: MARC2011 User's Guide, MSC Software, 2011.





### 第3章 曲げモーメントを受ける当て板接着鋼部材の応力解析

本章では，当て板接着鋼部材に曲げモーメントが作用する場合に対して，鋼部材，当て板および接着剤に生じる応力を算出する方法を示す．また，当て板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を簡易に算出する方法を示す．さらに，本章で示す応力解析から求められる鋼部材，当て板のひずみ分布および接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を実験値および FEM 解析値と比較し，応力解析手法の妥当性を検証する．

#### 3.1 連立微分方程式の導出

下面に当て板が接着された鋼部材に，外力が作用するとき，鋼部材と当て板の微小区間に生じる力を図 3.1 に示す．ここで，鋼部材，当て板および接着剤は線形弾性体とし，接着剤層は非常に薄く弾性係数も小さいことから，伸び剛性および曲げ剛性が非常に小さくなるため，接着剤に生じる軸力，せん断力および曲げモーメントは無視している．また，接着剤層に生じているせん断応力および垂直応力は接着剤の厚さ方向に一定としている．

図 3.1 に示す鋼部材および当て板の微小区間に作用する水平方向および垂直方向の力のつり合いより，接着剤に生じるせん断応力および垂直応力は次式となる．

$$\tau(x) = -\frac{1}{b_p} \cdot \frac{dN_s(x)}{dx} \quad (3.1)$$

$$\sigma_y(x) = -\frac{1}{b_p} \cdot \frac{d}{dx} \{V_s(x) + Q(x)\} \quad (3.2)$$

$$\tau(x) = \frac{1}{b_p} \cdot \frac{dN_p(x)}{dx} \quad (3.3)$$

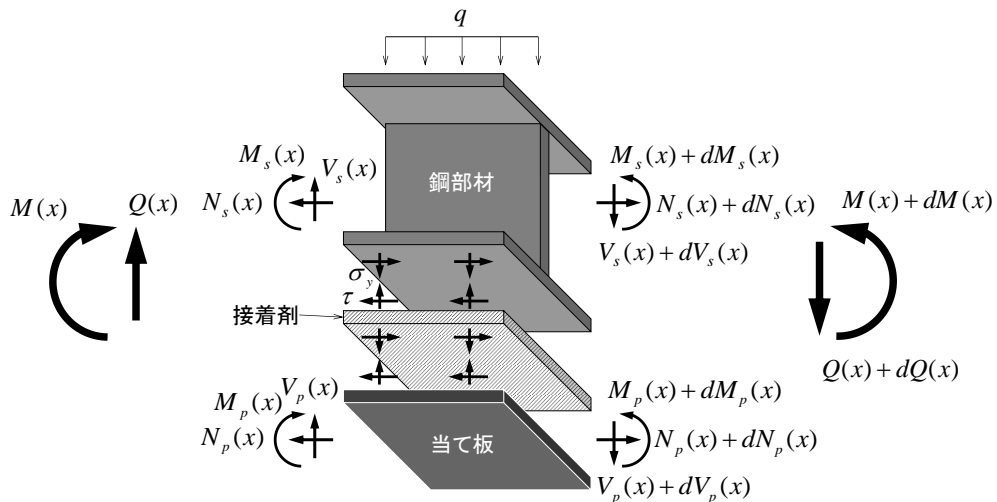


図 3.1 当て板接着鋼部材の微小区間に生じる力

$$\sigma_y(x) = \frac{1}{b_p} \cdot \frac{dV_p(x)}{dx} \quad (3.4)$$

また，鋼部材および当て板の微小区間に作用する曲げモーメントのつり合いより，次式の関係が得られる．

$$V_s(x) - b_p d_s \tau(x) = \frac{dM_s(x)}{dx} \quad (3.5)$$

$$V_p(x) - b_p d_p \tau(x) = \frac{dM_p(x)}{dx} \quad (3.6)$$

ここに，

- $V_s$  : 鋼部材に生じるせん断力，
- $M_s$  : 鋼部材に生じる曲げモーメント，
- $d_s$  : 鋼部材の図心から接着面までの距離．

一方，接着剤層の上下面の水平変位および鉛直変位を用いて，接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を次式で仮定する．

$$\tau(x) = \frac{G_e}{h} \{u_{pu}(x) - u_{sl}(x)\} \quad (3.7)$$

$$\sigma_y(x) = \frac{E_e}{h} \{v_p(x) - v_s(x)\} \quad (3.8)$$

ここに，

- $u_{sl}(x)$  : 鋼部材の下面の水平変位．

式(3.7)および式(3.8)の両辺を  $x$  に関してそれぞれ 1 階および 2 階微分すると次式となる．

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = \frac{G_e}{h} \left( \frac{N_p(x)}{E_p A_p} - \frac{M_p(x)}{E_p I_p} d_p - \frac{N_s(x)}{E_s A_s} - \frac{M_s(x)}{E_s I_s} d_s \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{d^2 \sigma_y(x)}{dx^2} = \frac{E_e}{h} \left( \frac{M_s(x)}{E_s I_s} - \frac{M_p(x)}{E_p I_p} \right) \quad (3.10)$$

ここで，鋼部材および当て板の応力を完全合成理論の値と一致させるために，式(3.5)，(3.6)，(3.9)および(3.10)中の鋼部材の図心から鋼部材の下面までの距離  $d_s$  と当て板の図心から当て板の上面までの距離  $d_p$  を次式で示す鋼部材の図心から接着剤中央までの距離  $d_s'$  および当て板の図心から接着剤の中央までの距離  $d_p'$  に置き換える．

$$d_s' = d_s + \frac{h}{2} \quad (3.11)$$

$$d_p' = d_p + \frac{h}{2} \quad (3.12)$$

式(3.1)～(3.6)，(3.9)，(3.10)で示した，鋼部材と当て板に生じる軸力，せん断力，曲げモ

ーメントおよび接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の連立微分方程式を解くことによって、接着剤に生じるせん断応力と垂直応力が得られる。

第2章と同様に、これらの連立微分方程式を近似的に解く方法<sup>1)・3)</sup>と、ひずみに関する1階の連立微分方程式とし固有値問題として数値的に解く高精度解法<sup>4)</sup>がある。次節以降に、連立微分方程式の近似的解法および高精度解法を示す。

### 3.2 連立微分方程式の近似解

鋼部材および当て板の軸力、せん断力および曲げモーメントのつり合いから次式の関係を得る。

$$N_s(x) = -N_p(x) \quad (3.13)$$

$$V_s(x) + V_p(x) = Q(x) \quad (3.14)$$

$$M_s(x) + M_p(x) - N_s(x)a = M(x) \quad (3.15)$$

ここに、

$$a = d_s + d_p + h \quad (3.16)$$

$Q(x)$  :  $x$  の位置に作用するせん断力、

$M(x)$  :  $x$  の位置に作用する曲げモーメント。

式(3.9)を2回微分し、式(3.5)、(3.13)および(3.15)を用いて  $M_s$ 、 $M_p$  を消去すると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \tau(x)}{dx^3} - \frac{bG_e}{h} \left( \frac{1}{E_p A_p} + \frac{1}{E_s A_s} + \frac{d_p^2}{E_p I_p} - \frac{d_s^2}{E_s I_s} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} \\ = \frac{G_e}{h} \left\{ \left( \frac{d_s}{E_s I_s} - \frac{d_p}{E_p I_p} \right) b_p \sigma_y(x) + \frac{d_p}{E_p I_p} \cdot \frac{d^2 M(x)}{dx^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

式(3.17)からわかるように、接着剤に生じるせん断応力に関する微分方程式には、接着剤に生じる垂直応力が含まれており、式(3.17)を直接解くことは困難となる。

接着剤に生じるせん断応力を近似的に求めるために、鋼部材と当て板の曲率が等しくなる条件として次式を用いる。

$$\frac{M_s(x)}{E_s I_s} = \frac{M_p(x)}{E_p I_p} \quad (3.18)$$

式(3.18)を用いて式(3.17)を再度整理すると、次式の鋼部材の軸力に関する2階の微分方程式が得られる<sup>1)・3)</sup>。

$$\frac{d^2 N_s(x)}{dx^2} - c_b^2 N_s(x) = c_b^2 \frac{K}{a} M(x) \quad (3.19)$$

ここに、

$$c_b = \sqrt{\frac{b_p G_e}{h} \cdot \left\{ \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_p A_p} + \frac{a^2}{E_s I_s + E_p I_p} \right\}} = \sqrt{\frac{b_p G_e}{h} \cdot \frac{1}{K Z_1} \cdot \frac{a^2}{E_s I_s}} \quad (3.20)$$

$$K = \frac{1}{1 + Z_1 Z_2 r_s^2 / a^2} \quad (3.21)$$

$$Z_1 = 1 + \frac{I_p}{n I_s} \quad (3.22)$$

$$Z_2 = 1 + \frac{n A_s}{A_p} \quad (3.23)$$

$$r_s = \sqrt{\frac{I_s}{A_s}} \quad (3.24)$$

$$n = E_s / E_p \quad (3.25)$$

式(3.19)の鋼部材の軸力に関する微分方程式の一般解は次式となる。

$$N_s(x) = X_1 \sinh(c_b x) + X_2 \cosh(c_b x) - \frac{K}{a} \left\{ M(x) + \frac{1}{c_b^2} \cdot \frac{d^2 M(x)}{dx^2} \right\} \quad (3.26)$$

$X_1$  および  $X_2$  は鋼部材の軸力に関する未定係数であり、境界条件および載荷条件から決定される。

式(3.1)に式(3.26)を代入すると、接着剤に生じるせん断応力は次式となる。

$$\tau(x) = -\frac{c_b}{b_p} \{X_1 \cosh(c_b x) + X_2 \sinh(c_b x)\} - \frac{K}{ab_p} Q(x) \quad (3.27)$$

一方、式(3.10)を  $x$  に関して 1 階微分し、(3.2)、(3.5)および(3.15)を用いて整理すると、次式で示す鋼部材のせん断力に関する 4 階の微分方程式が得られる。

$$\frac{d^4 V_s(x)}{dx^4} - \omega_b^4 V_s(x) = \frac{4\omega_b^4}{Z_1} \left\{ Q(x) + J \frac{dN_s(x)}{dx} \right\} \quad (3.28)$$

ここに、

$$\omega_b = \sqrt[4]{\frac{b_p E_e}{4h} \cdot \frac{Z_1}{E_p I_p}} \quad (3.29)$$

式(3.28)の一般解は次式となる。

$$\begin{aligned} V_s(x) = & Y_1 \cosh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) + Y_2 \sinh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) \\ & + Y_3 \cosh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) + Y_4 \sinh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) \\ & + W_b \{X_1 \cosh(c_b x) + X_2 \sinh(c_b x)\} + \frac{1}{Z_1} \left\{ Q(x) - \frac{JK}{a} \cdot \frac{dM(x)}{dx} \right\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

ここに、

$$J = d_p + (1 - Z_1)d_s + \left(1 - \frac{Z_1}{2}\right)h \quad (3.31)$$

$$W_b = \frac{4c_b}{4 + (c_b/\omega_b)^4} \cdot \frac{J}{Z_1} \quad (3.32)$$

$Y_1 \sim Y_4$  は鋼部材のせん断力に関する未定係数であり，境界条件および載荷条件から決定される。

式(3.2)および(3.30)から，当て板に生じる曲げモーメントおよび接着剤に生じる垂直応力は次式となる。

$$M_s(x) = \frac{1}{Z_1} \{M(x) + N_s(x)a\} - \frac{1}{4\omega_b^4} \cdot \frac{d^3 V_s(x)}{dx^3} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y(x) = & -\frac{\omega_b}{b_p} [Y_1 \{\sinh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) + \cosh(\omega_b x) \cos(\omega_b x)\} \\ & + Y_2 \{\cosh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) - \sinh(\omega_b x) \sin(\omega_b x)\} \\ & + Y_3 \{\sinh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) - \cosh(\omega_b x) \sin(\omega_b x)\} \\ & + Y_4 \{\cosh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) + \sinh(\omega_b x) \cos(\omega_b x)\}] \\ & - \frac{c_b W_b}{b_p} \{X_1 \sinh(c_b x) + X_2 \cosh(c_b x)\} + \frac{1}{b_p} \left\{1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1}\right\} \frac{d^2 M(x)}{dx^2} \end{aligned} \quad (3.34)$$

鋼部材に生じる応力は次式より求めることができる。

$$\sigma_s(x) = \frac{N_s(x)}{A_s} + \frac{M_s(x)}{I_s} y_s \quad (3.35)$$

$$\sigma_p(x) = -\frac{N_s(x)}{A_p} + \frac{M(x) - M_s(x) + N_s(x)a}{I_p} y_p \quad (3.36)$$

ここに，

$y_s$  : 鋼部材の図心軸からの距離。

基本的な荷重条件および支持条件として，等曲げモーメント，集中荷重，等分布荷重がそれぞれ作用する場合と，複合的な荷重条件として片持ち支持の当て板接着鋼部材に集中荷重および等分布荷重が同時に作用するときの  $X_1$ ， $X_2$  および  $Y_1 \sim Y_4$  を以下に示す。

#### (a) 単純支持の場合

##### i) 等曲げモーメント

図 3.2 に示すように，単純支持の当て板接着鋼部材に左右対称な外力（等曲げモーメント，集中荷重，等分布荷重）がそれぞれ作用する場合を考える。鋼部材の軸力に関する未定係数  $X_1$ ， $X_2$  を求めるための境界条件は，外力の種類に関係なく，当て板の端部で鋼部材に生じる軸力が 0 となる条件（ $N_s(l) = 0$ ）および当て板中央で接着剤に生じるせん断応力が 0 となる条件（ $\tau(0) = 0$ ）を用いる。また，当て板端部で当て板のせん断力および曲げモーメントが 0 となる条件から，鋼部材のせん断力に関する未定係数  $Y_1 \sim Y_4$  が決定できる。

作用外力が等曲げモーメントのみのとき，鋼部材の軸力およびせん断力に関する未定係

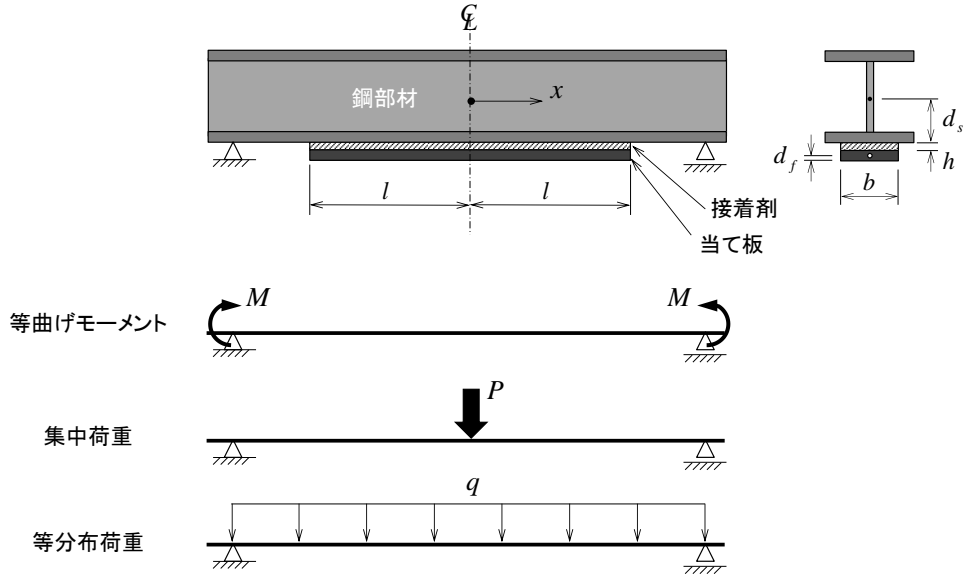


図 3.2 単純支持の当て板接着鋼部材

数は次式となる.

$$X_1 = 0 \quad (3.37)$$

$$X_2 = \frac{K}{a \cosh(c_b l)} M \quad (3.38)$$

$$Y_1 = -\frac{1}{\psi_2} \left[ W_b \frac{K}{a} \left[ \tanh(c_b l) \left\{ \tan(\omega_b l) + \frac{1}{\tanh(\omega_b l)} \right\} + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \right] + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) \right] M \quad (3.39)$$

$$Y_2 = -\frac{1}{\psi_2} \left[ W_b \frac{K}{a} \left[ \tanh(c_b l) \left\{ \frac{1}{\tan(\omega_b l)} - \tanh(\omega_b l) \right\} - \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \right] - 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) \right] M \quad (3.40)$$

$$Y_3 = Y_4 = 0 \quad (3.41)$$

ここに,

$$\psi_2 = \frac{\cosh(\omega_b l)}{\cos(\omega_b l)} + \frac{\sin(\omega_b l)}{\sinh(\omega_b l)} \quad (3.42)$$

当て板の接着半長さ  $l$  が十分に長いとき, 当て板の右端の接着剤に生じるせん断応力  $\tau(l)$  および垂直応力  $\sigma_y(l)$  はそれぞれ次式に収束する.

$$\bar{\tau}(l) = -\frac{c_b K}{b_p a} M \quad (3.43)$$

$$\bar{\sigma}_y(l) = \frac{\omega_b}{b_p} \left[ W_b \frac{K}{a} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 - \frac{c_b}{\omega_b} \right\} + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) \right] M \quad (3.44)$$

## ii) 支間中央の集中荷重

当て板接着鋼部材の支間中央に集中荷重のみが作用するとき，鋼部材の軸力およびせん断力に関する未定係数は次式となる．

$$X_1 = \frac{K}{c_b a} Q \quad (3.45)$$

$$X_2 = \frac{K}{a \cosh(c_b l)} \left\{ M(l) - \frac{Q}{c_b} \sinh(c_b l) \right\} \quad (3.46)$$

$$Y_1 = -\frac{1}{\psi_2} \left[ \left[ W_b \frac{K}{a} \left[ \tanh(c_b l) \left\{ \tan(\omega_b l) + \frac{1}{\tanh(\omega_b l)} \right\} + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \right] + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) \right] M(l) \right. \right. \\ \left. \left. - \left\{ \tan(\omega_b l) + \frac{1}{\tanh(\omega_b l)} \right\} \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} - \frac{\psi_2}{c_b \cosh(c_b l)} \right\} Q \right] \right] \quad (3.47)$$

$$Y_2 = -\frac{1}{\psi_2} \left[ \left[ W_b \frac{K}{a} \left[ \tanh(c_b l) \left\{ \frac{1}{\tan(\omega_b l)} - \tanh(\omega_b l) \right\} - \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \right] - 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) \right] M(l) \right. \right. \\ \left. \left. - \left\{ \frac{1}{\tan(\omega_b l)} - \tanh(\omega_b l) \right\} \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} - \frac{\psi_2}{c_b \cosh(c_b l)} \right\} Q \right] \right] \quad (3.48)$$

$$Y_3 = Y_4 = 0 \quad (3.49)$$

ここに，

$$M(l) = \frac{P(L-2l)}{4} \quad (3.50)$$

$$Q = -\frac{P}{2} \quad (3.51)$$

$L$  : 当て板接着鋼部材の支間長．

当て板の接着半長さ  $l$  が十分に長いとき，当て板の右端の接着剤に生じるせん断応力  $\tau(l)$  および垂直応力  $\sigma_y(l)$  はそれぞれ次式に収束する．

$$\bar{\tau}(l) = -\frac{c_b K}{b_p a} \left\{ M(l) - \frac{Q}{c_b} \right\} \quad (3.52)$$

$$\bar{\sigma}_y(l) = \frac{\omega_b}{b_p} \left[ \left[ W_b \frac{K}{a} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 - \frac{c_b}{\omega_b} \right\} + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) \right] M(l) \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q \right] \right] \quad (3.53)$$

## iii) 等分布荷重

当て板接着鋼部材の支間全長に等分布荷重が作用するとき，鋼部材の軸力およびせん断力に関する未定係数は次式となる．



$$X_1 = 0 \quad (3.54)$$

$$X_2 = \frac{K}{a \cosh(c_b l)} \left\{ M(l) - \frac{q}{c_b^2} \right\} \quad (3.55)$$

$$Y_1 = -\frac{1}{\psi_2} \left[ W_b \frac{K}{a} \left[ \tanh(c_b l) \left\{ \tan(\omega_b l) + \frac{1}{\tanh(\omega_b l)} \right\} + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \right] \left\{ M(l) - \frac{q}{c_b^2} \right\} \right. \\ \left. + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) M(l) - \left\{ \tan(\omega_b l) + \frac{1}{\tanh(\omega_b l)} \right\} \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q(l) \right] \quad (3.56)$$

$$Y_2 = -\frac{1}{\psi_2} \left[ W_b \frac{K}{a} \left[ \tanh(c_b l) \left\{ \frac{1}{\tan(\omega_b l)} - \tanh(\omega_b l) \right\} - \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \right] \left\{ M(l) - \frac{q}{c_b^2} \right\} \right. \\ \left. - 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) M(l) - \left\{ \frac{1}{\tan(\omega_b l)} - \tanh(\omega_b l) \right\} \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q(l) \right] \quad (3.57)$$

$$Y_3 = Y_4 = 0 \quad (3.58)$$

ここに,

$$M(l) = \frac{P(L^2 - 4l^2)}{8} \quad (3.59)$$

$$Q(l) = -ql \quad (3.60)$$

当て板の接着半長さ  $l$  が十分に長いとき, 当て板の右端の接着剤に生じるせん断応力  $\tau(l)$  および垂直応力  $\sigma_y(l)$  はそれぞれ次式に収束する.

$$\bar{\tau}(l) = -\frac{c_b K}{b_p a} \left\{ M(l) - \frac{Q(l)}{c_b} - \frac{q}{c_b^2} \right\} \quad (3.61)$$

$$\bar{\sigma}_y(l) = \frac{\omega_b}{b_p} \left[ W_b \frac{K}{a} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 - \frac{c_b}{\omega_b} \right\} \left\{ M(l) - \frac{q}{c_b^2} \right\} + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) M(l) \right. \\ \left. - 2 \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q(l) - \left( \frac{JK}{aZ_1} - \frac{1}{Z_1} + 1 \right) \frac{q}{\omega_b} \right] \quad (3.62)$$

式(3.42), (3.44)で示す等曲げモーメントが作用するときのせん断応力および垂直応力の収束式は, 式(3.61)および(3.62)で示す等分布荷重が作用するときのせん断応力および垂直応力の収束式にそれぞれ  $M(l) = M$ ,  $Q(l) = 0$ ,  $q = 0$  を代入した式となっていることがわかる. 同様に, 式(3.52), (3.53)で示す集中荷重が作用するときのせん断応力および垂直応力の収束式は, 式(3.61)および(3.62)にそれぞれ  $M(l) = P(L - 2l)/4$ ,  $Q(l) = -P/2$ ,  $q = 0$  を代入した式となっている. このことから, どの外力が作用している場合であっても, 式(3.61)および(3.62)に当て板端部の位置の断面力 (曲げモーメント  $M(l)$ , せん断力  $Q(l)$ , 等分布荷重  $q$ )

を代入することによって、当て板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束式を算出することができる。

**(b) 片持ち支持の場合**

図 3.3 で示すように、片持ち支持の当て板接着鋼部材に集中荷重および等分布荷重が同時に作用する場合を考える。当て板の左端および右端で鋼部材に生じる軸力が 0 となる条件 ( $N_s(0)=0$ ,  $N_s(l)=0$ ) および、当て板のせん断力と曲げモーメントが 0 となる条件 ( $V_p(0)=0$ ,  $M_p(0)=0$ ,  $V_p(l)=0$ ,  $M_p(l)=0$ ) より、鋼部材の軸力に関する未定係数  $X_1$ ,  $X_2$  およびせん断力に関する未定係数  $Y_1 \sim Y_4$  は次式となる。

$$X_1 = \frac{1}{\sinh(c_b l)} \cdot \frac{K}{a} \left[ \left\{ M(l) - \frac{q}{c_b^2} \right\} - \left\{ M(0) - \frac{q}{c_b^2} \right\} \cosh(c_b l) \right] \quad (3.63)$$

$$X_2 = \frac{K}{a} \left\{ M(0) - \frac{q}{c_b^2} \right\} \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} Y_1 = & \frac{\psi_4}{\psi_3} \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} \left( 1 - \frac{JK}{a} \right) \right\} Q(l) - W_b \{ X_1 \cosh(c_b l) + X_2 \sinh(c_b l) \} \right] \\ & - \frac{\psi_3 \psi_6 - \psi_4 \psi_5}{2\psi_3} \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} \left( 1 - \frac{JK}{a} \right) \right\} Q(0) - W_b X_1 \right] \\ & + \frac{2\omega_b}{Z_1} \cdot \frac{I_p}{nI_s} \cdot \frac{1}{\psi_3} \left[ M(l) - M(0) \frac{\psi_5 + \psi_3}{2} \right] \\ & + \frac{W_b}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \frac{1}{\psi_3} \left[ \{ X_2 \cosh(c_b l) + X_1 \sinh(c_b l) \} - \frac{\psi_5 + \psi_3}{2} X_2 \right] \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} Y_2 = & \frac{\psi_4}{\psi_3} \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} \left( 1 - \frac{JK}{a} \right) \right\} Q(l) - W_b \{ X_1 \cosh(c_b l) + X_2 \sinh(c_b l) \} \right] \\ & - \frac{\psi_3 \psi_6 - \psi_4 \psi_5}{2\psi_3} \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} \left( 1 - \frac{JK}{a} \right) \right\} Q(0) - W_b X_1 \right] \\ & + \frac{2\omega_b}{Z_1} \frac{I_p}{nI_s} \frac{1}{\psi_3} \left[ M(l) - M(0) \frac{\psi_5 - \psi_3}{2} \right] \\ & + \frac{W_b}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \frac{1}{\psi_3} \left[ \{ X_1 \sinh(c_b l) + X_2 \cosh(c_b l) \} - X_2 \frac{\psi_5 - \psi_3}{2} \right] \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$Y_3 = \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} \left( 1 - \frac{JK}{a} \right) \right\} Q(0) - W_b X_1 \quad (3.67)$$

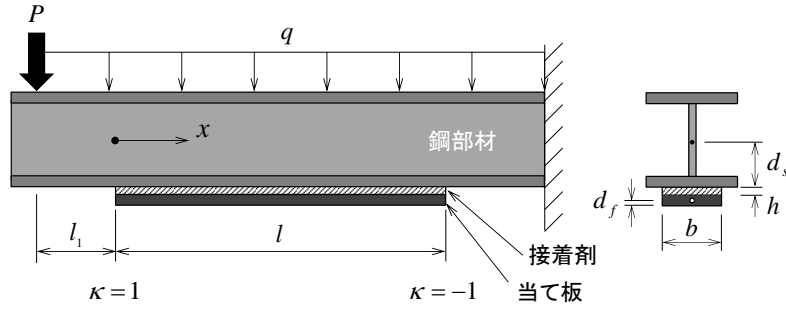


図 3.3 片持ち支持の当て板接着鋼部材

$$\begin{aligned}
 Y_4 = & \frac{2}{\psi_3} \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} \left( 1 - \frac{JK}{a} \right) \right\} Q(l) - W_b \{ X_1 \cosh(c_b l) + X_2 \sinh(c_b l) \} \right] \\
 & + \frac{\psi_5}{\psi_3} \left[ \left\{ 1 - \frac{1}{Z_1} \left( 1 - \frac{JK}{a} \right) \right\} Q(0) - W_b X_1 \right] \\
 & + \frac{2\omega_b}{Z_1} \cdot \frac{I_p}{nI_s} \cdot \frac{1}{\psi_3} \left[ M(0) \frac{\psi_5 \psi_6 - \psi_3 \psi_4}{2} - M(l) \psi_6 \right] \\
 & + \frac{W_b}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \frac{1}{\psi_3} \left[ \frac{\psi_5 \psi_6 - \psi_3 \psi_4}{2} X_2 - \psi_6 \{ X_2 \cosh(c_b l) + X_1 \sinh(c_b l) \} \right]
 \end{aligned} \tag{3.68}$$

ここに,

$$\psi_3 = \frac{\sinh(\omega_b l)}{\sin(\omega_b l)} - \frac{\sin(\omega_b l)}{\sinh(\omega_b l)} \tag{3.69}$$

$$\psi_4 = \frac{1}{\tan(\omega_b l)} - \frac{1}{\tanh(\omega_b l)} \tag{3.70}$$

$$\psi_5 = \frac{\sinh(\omega_b l)}{\sin(\omega_b l)} + \frac{\sin(\omega_b l)}{\sinh(\omega_b l)} \tag{3.71}$$

$$\psi_6 = \frac{1}{\tan(\omega_b l)} + \frac{1}{\tanh(\omega_b l)} \tag{3.72}$$

$$M(0) = -Pl_1 - \frac{ql_1^2}{2} \tag{3.73}$$

$$Q(0) = -P - ql_1 \tag{3.74}$$

$$M(l) = -P(l + l_1) - \frac{q(l + l_1)^2}{2} \tag{3.75}$$

$$Q(l) = -P - q(l + l_1) \tag{3.76}$$

$l_1$  : 集中荷重載荷位置から当て板左端までの距離.

当て板の接着長さ  $l$  が十分に長いとき, 当て板の左端および右端の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力  $\tau(0)$ ,  $\sigma_y(0)$  および  $\tau(l)$ ,  $\sigma_y(l)$  はそれぞれ次式に収束する.

$$\bar{\tau}(0) = \frac{c_b K}{ab_p} \left\{ M(0) + \frac{1}{c_b} Q(0) - \frac{q}{c_b^2} \right\} \quad (3.77)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_y(0) = \frac{\omega_b}{b_p} \left[ W_b \frac{K}{a} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 - \frac{c_b}{\omega_b} \right\} \left\{ M(0) - \frac{q}{c_b^2} \right\} + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) M(0) \right. \\ \left. + 2 \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q(0) - \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) \frac{q}{\omega_b} \right] \end{aligned} \quad (3.78)$$

$$\bar{\tau}(l) = -\frac{c_b K}{ab_p} \left\{ M(l) - \frac{1}{c_b} Q(l) - \frac{q}{c_b^2} \right\} \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_y(l) = \frac{\omega_b}{b_p} \left[ W \frac{K}{a} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 - \frac{c_b}{\omega_b} \right\} \left\{ M(l) - \frac{q}{c_b^2} \right\} + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) M(l) \right. \\ \left. - 2 \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q(l) - \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) \frac{q}{\omega_b} \right] \end{aligned} \quad (3.80)$$

式(3.77)～(3.80)より，当て板接着鋼部材が片持ち支持の場合でも，当て板の左端および右端に生じるせん断応力と垂直応力の収束値は，それぞれの当て板端部の位置に作用する曲げモーメント，せん断力および等分布荷重に断面寸法や材料定数を乗じた式となっている．また，式(3.79)および式(3.80)で示す当て板の右端の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束式は，式(3.61)，(3.62)で示した単純支持の場合と同じ式となっている．したがって，支持条件，载荷条件に関わらず，式(3.77)～(3.80)から当て板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束値を求めることができる．

式(3.77)と(3.79)を比較すると，当て板の左端と右端の接着剤に生じるせん断応力はせん断力に関する項以外の正負が異なっている．また，式(3.78)と式(3.80)から，当て板の左端と右端の接着剤に生じる垂直応力はせん断力に関する項のみ正負が異なっている．これらの傾向から，当て板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束値は次式で表すことができる．

$$\bar{\tau}_e = \kappa \frac{c_b K}{ab_p} \left( M_e + \frac{\kappa}{c_b} Q_e - \frac{q}{c_b^2} \right) \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ye} = \frac{\omega_b}{b_p} \left[ W_b \frac{K}{a} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 - \frac{c_b}{\omega_b} \right\} \left\{ M_e - \frac{q}{c_b^2} \right\} + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) M_e \right. \\ \left. + 2\kappa \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q_e - \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) \frac{q}{\omega_b} \right] \end{aligned} \quad (3.82)$$

ここに,

$M_e$  : 着目する当て板の端部の位置に作用する曲げモーメント,

$Q_e$  : 着目する当て板の端部の位置に作用するせん断力,

$\kappa$  は当て板左端に対して 1, 右端に対して -1 とする.

式(3.81)および式(3.82)からわかるように, 当て板端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力は, どのような荷重条件, 支持条件であっても, 着目する当て板端部の位置に生じる断面力 (曲げモーメント, せん断力) から求めることができる.

鋼部材の曲げ剛性が当て板のそれと比べて非常に大きい場合, 式(3.22)の  $Z_1$  の値がほぼ 1 になる. また,  $(c_b/\omega_b)^4$  および  $(c_b/\omega_b)^3$  の値が非常に小さくなるので, 式(3.81), (3.82)はさらに次式で近似できる.

$$\overline{\tau_e} = \kappa \frac{c_0 K_0}{ab_p} \left( M_e + \frac{\kappa}{c_0} Q_e - \frac{q}{c_0^2} \right) \quad (3.83)$$

$$\overline{\sigma_{ye}} = \frac{c_0 \omega_0 d_p K_0}{ab_p} \left\{ \left( 2 - \frac{c_0}{\omega_0} + \frac{2a}{d_p K_0} \cdot \frac{\omega_0}{c_0} \cdot \frac{I_p}{nI_s} \right) M_e + \kappa \frac{2}{c_0} Q_e - \frac{2}{c_0^2} q \right\} \quad (3.84)$$

ここに,

$$c_0 = \sqrt{\frac{b_p G_e}{h} \cdot \frac{1}{K_0} \cdot \frac{a^2}{E_s I_s}} \quad (3.85)$$

$$\omega_0 = \sqrt[4]{\frac{b_p E_e}{4h} \cdot \frac{1}{E_p I_p}} \quad (3.86)$$

$$K_0 = \frac{1}{1 + Z_2 r_s^2 / a^2} \quad (3.87)$$

式(3.84)より  $\overline{\sigma_{ye}}$  を求める際, 曲げモーメントに関する項は計算結果に与える影響が大きいため, 鋼部材に対する当て板の曲げ剛性の比  $I_p/(nI_s)$  を残している. 例えば,  $I_p/(nI_s)$  が  $10^{-5}$  程度の場合に  $I_p/(nI_s)$  の項を無視すると, 式(3.82)の計算結果に比べて 3% 程度の誤差が生じるが,  $I_p/(nI_s)$  を含めた式(3.84)では 1% 未満の誤差となる.  $I_p/(nI_s)$  が  $10^{-8}$  程度であれば, 式(3.84)から,  $I_p/(nI_s)$  の項を無視しても, 式(3.82)に対する誤差は 1% 未満となる.

### 3.3 連立微分方程式の高精度解

3.2 節では, 式(3.1)～(3.6), (3.9), (3.10)で示した連立微分方程式を解くために, 式(3.18)で示した鋼部材と当て板の曲率が等しい条件を用いて鋼部材の軸力に関する微分方程式を導出し, 接着剤に生じるせん断応力を近似的に求めた. また, その解を用いて接着剤に生じるせん断力に関する微分方程式を解き, 接着剤に生じる垂直応力を近似的に求めた. し

かし、式(3.17)で示したように、厳密には接着剤に生じるせん断応力と垂直応力は一つの式となっており、式(3.1)～(3.6)，(3.9)，(3.10)の連立微分方程式を直接解くことによって、より高精度な解が得られる。

式(3.1)～(3.6)，(3.9)，(3.10)の鋼部材と当て板の軸力，せん断力，曲げモーメントおよび接着剤に生じるせん断応力，垂直応力をひずみで表すとそれぞれ次式となる。

$$\frac{d\varepsilon_{sN}}{dx} = -\frac{b_p G_e}{E_s A_s} \gamma_e \quad (3.88)$$

$$\frac{d\gamma_s}{dx} = -\frac{b_p E_e}{G_s A_s'} \varepsilon_{ey} \quad (3.89)$$

$$\frac{d\varepsilon_{sM}}{dx} = \frac{d_s}{E_s I_s} G_s A_s' \gamma_s - \frac{b_p d_s^2}{E_s I_s} G_e \gamma_e \quad (3.90)$$

$$\frac{d\varepsilon_{pN}}{dx} = -\frac{b_p G_e}{E_p A_p} \gamma_e \quad (3.91)$$

$$\frac{d\gamma_p}{dx} = -\frac{b_p E_e}{G_p A_p'} \varepsilon_{ey} \quad (3.92)$$

$$\frac{d\varepsilon_{pM}}{dx} = \frac{d_p}{E_p I_p} G_p A_p' \gamma_p - \frac{b_p d_p^2}{E_p I_p} G_e \gamma_e \quad (3.93)$$

$$\frac{d\gamma_e}{dx} = \frac{1}{h} (\varepsilon_{pN} - \varepsilon_{pM}) - \frac{1}{h} (\varepsilon_{sN} + \varepsilon_{sM}) \quad (3.94)$$

$$\frac{d^2 \varepsilon_{ey}}{dx^2} = \frac{1}{h} \left( \frac{\varepsilon_{sM}}{d_s} - \frac{\varepsilon_{pM}}{d_p} \right) \quad (3.95)$$

ここに、

$\varepsilon_{sM}$  : 鋼部材に生じる曲げモーメントによるひずみ、

$\gamma_s$  : 鋼部材に生じるせん断力によるひずみ、

$A_s'$  : 鋼部材のせん断有効断面積。

式(3.95)を1階の微分方程式とするため、補助変数として次式を加える。

$$\frac{d\varepsilon_{ey}}{dx^2} = \varepsilon_{ey}' \quad (3.96)$$

式(3.96)を用いて式(3.95)を整理しなおすと次式となる。

$$\frac{d\varepsilon_{ey}'}{dx} = \frac{1}{h} \left( \frac{\varepsilon_{sM}}{d_s} - \frac{\varepsilon_{pM}}{d_p} \right) \quad (3.97)$$

式(3.88)～(3.94)，(3.96)，(3.97)の鋼部材と当て板および接着剤のひずみに関する連立微分方程式はベクトルおよび行列形式で次式のように表せる<sup>4)</sup>。

$$\frac{d\mathbf{\epsilon}(x)}{dx} = A_m \mathbf{\epsilon}(x) \quad (3.98)$$

ここに,

$$\mathbf{\epsilon}(x) = [\epsilon_{sN} \quad \gamma_s \quad \epsilon_{sM} \quad \epsilon_{pN} \quad \gamma_p \quad \epsilon_{Mp} \quad \epsilon_{pM} \quad \gamma_e \quad \epsilon_{ey}]^T \quad (3.99)$$

$$A_m = \begin{bmatrix} B_{a0} & 0 & B_{b1} \\ 0 & B_{a1} & B_{c1} \\ B_{d1} & B_{e1} & B_1 \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

$$B_{a0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_s A_s' d_s / (E_s I_s) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

$$B_{a1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_p A_p' d_p / (E_p I_p) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

$$B_{b1} = \begin{bmatrix} 0 & -b_p G_e / (E_s A_s) & 0 \\ -b_p E_e / (G_s A_s') & 0 & 0 \\ 0 & -b_p d_s^2 G_e / (E_s I_s) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

$$B_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & b_p G_e / (E_p A_p) & 0 \\ b_p E_e / (G_p A_p') & 0 & 0 \\ 0 & -b_p d_p^2 G_e / (E_p I_p) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

$$B_{d1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1/h & 0 & -1/h \\ 0 & 0 & 1/(h d_s) \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

$$B_{e1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/h & 0 & -1/h \\ 0 & 0 & -1/(h d_p) \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

ここで、鋼部材および当て板の応力を完全合成理論の値と一致させるために、式(3.103)～(3.106)に含まれる  $d_s$ 、 $d_p$  の一部を式(3.11)、(3.12)の  $d_s'$ 、 $d_p'$  に置き換える。

$$B_{b1} = \begin{bmatrix} 0 & -b_p G_e / (E_s A_s) & 0 \\ -b_p E_e / (G_s A_s') & 0 & 0 \\ 0 & -b_p d_s d_s' G_e / (E_s I_s) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

$$B_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & b_p G_e / (E_p A_p) & 0 \\ b_p E_e / (G_p A_p) & 0 & 0 \\ 0 & -b_p d_p d_p' G_e / (E_p I_p) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

$$B_{d1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1/h & 0 & -d_s' / (h d_s) \\ 0 & 0 & 1 / (h d_s) \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

$$B_{e1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/h & 0 & -d_p' / (h d_p) \\ 0 & 0 & -1 / (h d_p) \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

式(3.98)の鋼部材，当て板および接着剤に生じるひずみベクトルの一般解は次式となる．

$$\boldsymbol{\varepsilon} = Y(x)\mathbf{C} \quad (3.112)$$

ここに，

$$Y(x) = T e^{\Lambda x} T^{-1} \quad (3.113)$$

$$T = [\mathbf{a}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_9] \quad (3.114)$$

$$e^{\Lambda x} = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 x} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{\lambda_9 x} \end{pmatrix} \quad (3.115)$$

$\lambda_i$  : 係数行列  $A_m$  の  $i$  番目の固有値，

$\mathbf{a}_i$  : 係数行列  $A_m$  の  $i$  番目の固有値  $\lambda_i$  に属する固有ベクトル．

未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  は式(2.46)に鋼部材，当て板および接着剤のひずみに関する境界条件を与えて次式で求められる．

$$\mathbf{C} = Y_0^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad (3.116)$$

ここに，

$Y_0$  :  $Y(x)$  に境界条件の位置を与えて得られる行列，

$\boldsymbol{\varepsilon}_0$  : 境界条件をひずみで表したベクトル．

図 3.3 に示すような，下面に当て板が接着された鋼部材に任意の外力が作用するとき，当て板の左端から座標軸  $x$  をとると，当て板の左端および右端で鋼板の軸力  $\varepsilon_{sN}$  が 0 となる条件，鋼部材のせん断力によるひずみ  $\gamma_s$  がそれぞれ  $Q(0)/(G_s A_s)$  および  $Q(l)/(G_s A_s)$  となる条件，曲げモーメントによるひずみ  $\varepsilon_{sM}$  が  $M(0)d_s/(E_s I_s)$  および  $M(l)d_s/(E_s I_s)$  となる条件，当て板の軸力，せん断力および曲げモーメントによるひずみが 0 となる条件から，未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  を構成する行列  $Y_0$  およびベクトル  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  は次式となる．



$$Y_0 = \begin{bmatrix} Y(l)_{11} & \cdots & Y(l)_{19} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(l)_{51} & \cdots & Y(l)_{59} \\ Y(0)_{11} & \cdots & Y(0)_{19} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(0)_{41} & \cdots & Y(0)_{49} \\ Y(0)_{61} & \cdots & Y(0)_{79} \end{bmatrix} \quad (3.117)$$

$$\epsilon_0 = \left[ 0 \quad \frac{M(l)}{E_s I_s} d_s \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \middle| \quad 0 \quad \frac{M(0)}{E_s I_s} d_s \quad 0 \quad 0 \right]^T \quad (3.118)$$

### 3.4 応力解析値と FEM 解析値および実験値との比較

#### 3.4.1 単純支持の当て板接着鋼部材に等曲げモーメントが作用する場合

図 3.4 に示すような，下面に当て板を接着した単純支持の鋼板が 4 点曲げを受けるときの母材および当て板に生じるひずみと，接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を近似解と高精度解から算出し，FEM 解析値および実験値と比較した．第 4 章の曲げ試験と比較するため，母材および当て板 PB-90-4.5 の試験体と同じ寸法とした．母材鋼板，当て板および接着剤の寸法および材料定数は表 3.1 に示しており，当て板の接着半長さ  $l$  は 160mm とした．EFM 解析では対称性を考慮し，図 3.5 に示すような 1/2 モデルを用いた．要素分割等は第 2 章と同じである．

表 3.1 計算に用いた母材鋼板，当て板，接着剤の寸法と材料定数

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	せん断弾性係数 [GPa]	ポアソン比
母材鋼板	90	18.7	212.6	74.0	0.30
当て板	90	4.3	211.4	74.0	0.30
接着剤	90	0.45	2.61	0.96	0.36

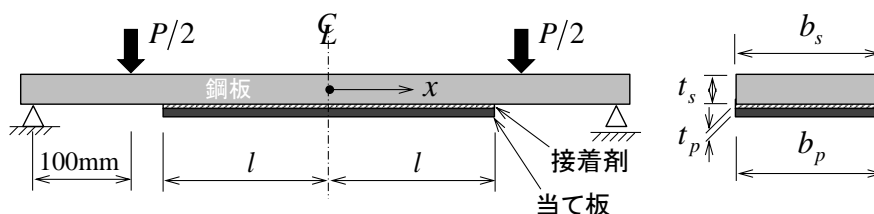


図 3.4 4 点曲げを受ける単純支持の当て板接着鋼板

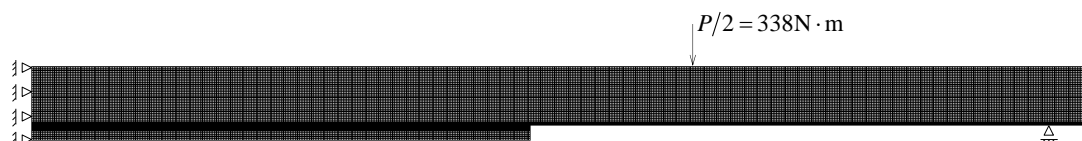


図 3.5 4 点曲げを受ける当て板接着鋼板の FEM 解析モデル

表 3.1 に示す寸法と材料定数を用いた当て板接着鋼板に対して、荷重  $P=6.76\text{kN}$  が作用するときの母材鋼板図心位置および上面のひずみと、当て板下面のひずみを図 3.6 に示す。この図の実線は近似解より得られるひずみ分布であり、式(3.26)、(3.33)を式(3.35)に代入し母材鋼板の弾性係数で除して求めた。破線は式(3.112)に示す高精度解より求まるひずみ分布であり、第 4 章の荷重試験で母材鋼板の板厚中央に貼付したひずみゲージから得られた値もプロットしている。また、図 3.6 には母材鋼板と当て板が完全合成であると仮定したときのひずみも一点鎖線示している、

図 3.6(a)より、当て板が片面のみに接着される場合には、中立軸の位置が当て板側にシフトするため、母材鋼板の図心軸の位置にも圧縮のひずみが生じている。近似解および高精度解より求めたひずみは FEM 解析および荷重試験より得られたひずみと一致している。母材鋼板の図心軸および上面のひずみは当て板中央に近くなると完全合成理論の値と一致している。図 3.6(b)より、近似解および高精度解より求めた当て板下面のひずみも FEM 解析や荷重試験より得られたひずみと一致している。近似解、高精度解および FEM 解析のひずみより、当て板端部直近では当て板下面のひずみが若干圧縮となっていることがわかる。

図 3.7 は、4 点曲げを受ける当て板接着鋼部材の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力であり、当て板端部付近の拡大図も示している。当て板接着鋼部材が軸力を受ける場合と同様に、近似解および高精度解から求めたせん断応力と垂直応力は当て板端部で最大となっており、FEM 解析では当て板端部から少し内側で最大となっている。また、当て板端部には式(3.43)および式(3.44)から求められる接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束値をプロットしている。せん断応力と垂直応力の収束値は、近似解および高精度解の当て板端部の値や、FEM 解析の最大値とほぼ一致している。今回の FEM 解析のモデルは、当て板の

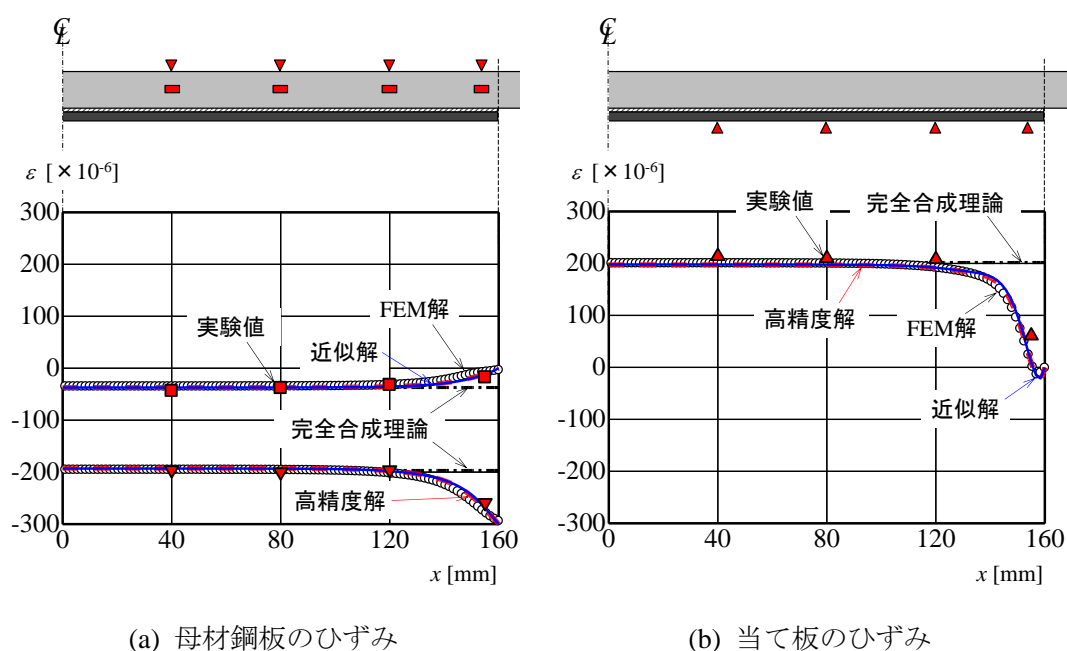
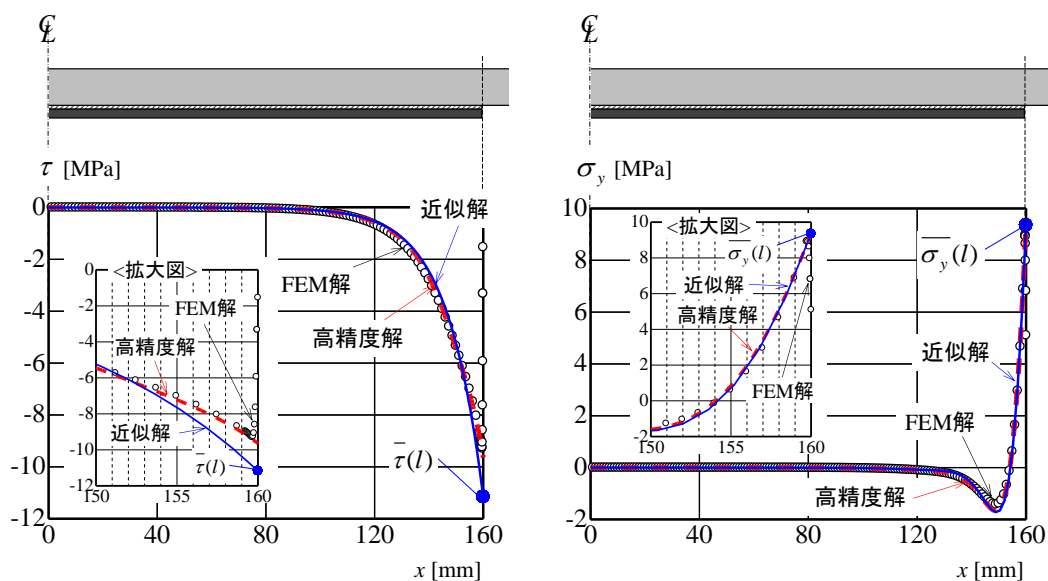


図 3.6 4 点曲げを受ける当て板接着鋼部材に生じるひずみ



(a) せん断応力

(b) 垂直応力

図 3.7 4 点曲げを受ける当て板接着鋼部材の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

中央で軸方向および板厚方向の変位を拘束したため、図 3.7(b)の FEM 解析から求めた接着剤に生じる垂直応力は、当て板中央の位置で若干高くなっている。

### 3.4.2 片持ち支持の当て板接着鋼部材に集中荷重が作用する場合

図 3.8 に示すような、下面に当て板を接着した片持ち支持の鋼板に集中荷重が作用するときの母材鋼板上面と当て板下面に生じるひずみを近似解、高精度解および FEM 解析から求めた。母材鋼板および当て板は、第 4 章の曲げ試験の試験体 (PT-90-12) と同じ寸法とした。母材鋼板、当て板および接着剤の寸法および材料定数は表 3.2 に示しており、当て板の接着

表 3.2 計算に用いた母材鋼板、当て板、接着剤の寸法と材料定数

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	せん断弾性係数 [GPa]	ポアソン比
母材鋼板	50	12.0	200	74.0	0.30
当て板	50	12.0	200	74.0	0.30
接着剤	50	0.46	6.50	2.39	0.36

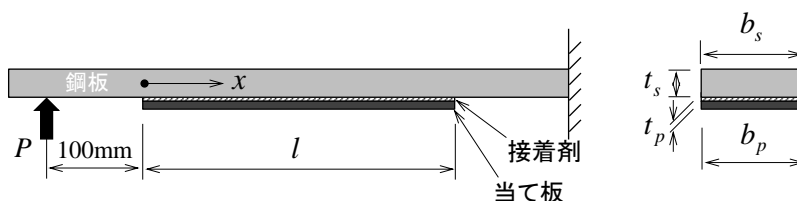
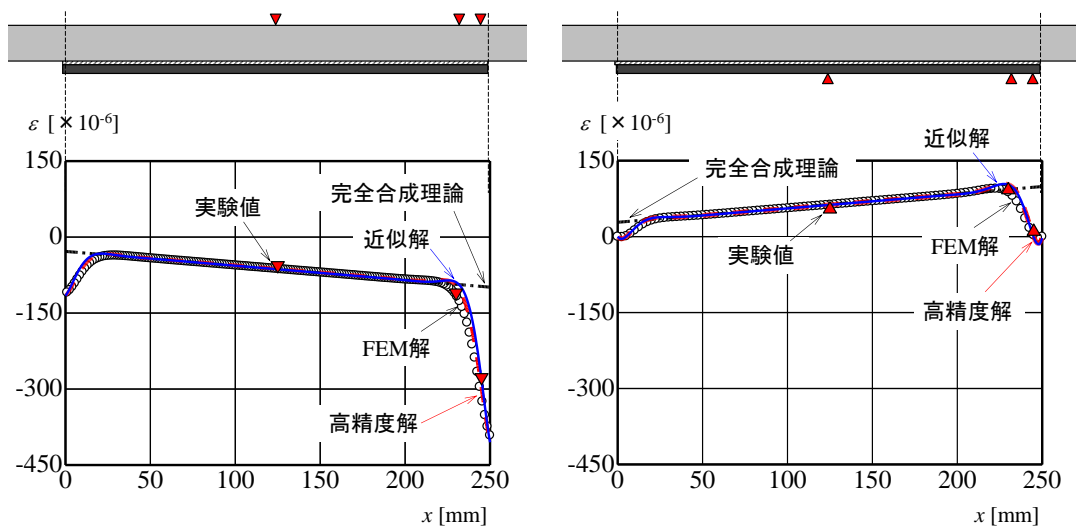


図 3.8 片持ち支持で集中荷重を受ける当て板接着鋼板

長さ  $l$  は 250mm, 集中荷重の載荷位置から当て板の左端までの距離は 100mm とした.

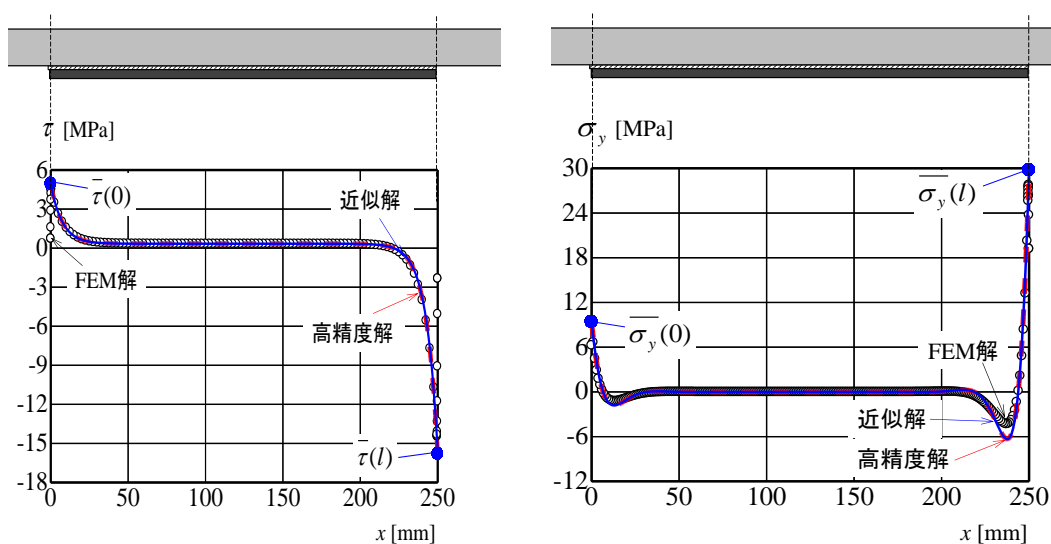
集中荷重  $P=0.5\text{kN}$  が作用したときの母材鋼板上面と当て板の下面に生じるひずみをそれぞれ図 3.9(a), (b)に示す. 図 3.9(a), (b)より, 近似解と高精度解より求めた母材鋼板と当て板のひずみは FEM 解析や実験値とほぼ一致していることがわかる. 片持ち状態の鋼部材に当て板が接着されている場合でも, 当て板中央に近づくほど, 鋼部材や当て板のひずみは合成断面理論の値となっていることがわかる.



(a) 母材鋼板のひずみ

(b) 当て板のひずみ

図 3.9 片持ち支持で集中荷重を受ける当て板接着鋼板に生じるひずみ



(a) せん断応力

(b) 垂直応力

図 3.10 片持ち支持で集中荷重を受ける当て板接着鋼板の  
接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

図 3.10(a), (b)には, 片持ち支持の鋼部材に集中荷重が作用したときの接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を示している. 図 3.10(a), (b)より, 片持ち状態の鋼部材に当て板が接着される場合には, 当て板の両端で接着剤に生じるせん断応力と垂直応力が高くなっており, 固定端側の当て板端部に生じるせん断応力と垂直応力が最大となっている. 式(3.77)~(3.80)より求められる当て板両端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束値は, 近似解, 高精度解の当て板端部の値および FEM 解析の当て板端部直近の値とほぼ一致している. これらのことから, 当て板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束式を統一した式(3.81)および(3.82)によって, 曲げモーメントを受ける当て板接着鋼部材の当て板端部の位置に生じるせん断応力と垂直応力を算出できる.

以上のことから, 本章で示した連立微分方程式の近似解および高精度解を用いることによって, 片面に当て板を接着した鋼部材に外力が作用することによって鋼部材と当て板に生じるひずみを求めることができることがわかった. また, 当て板接着鋼部材が軸力を受ける場合と同様に, 近似解および高精度解から得られる接着剤のせん断応力と垂直応力は FEM 解析より求められる値と同等であった. 当て板が十分に長い場合には, どのような荷重条件および支持条件であっても, 着目する当て板端部の位置に作用する曲げモーメントとせん断力から, 式(3.81), (3.82)を用いて当て板端部に生じるせん断応力と垂直応力の収束値を求めることができる.

#### 【参考文献】

- 1) Smith, S.T. and Teng, J.G.: Interfacial stresses in plated beams, *Engineering Structures*, Vol.23, pp.857-871, 2001.
- 2) Deng, J., Lee, M.M.K. and Moy, S.S.J.: Stress analysis of steel beams reinforced with a bonded CFRP plate, *Composite Structures*, Vol.65, pp.205-215, 2004.
- 3) 石川敏之: プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材のはく離曲げモーメント, 構造工学論文集, Vol.56A, pp.991-998, 2010.
- 4) 宮下 剛, 石川敏之: 多層の CFRP 板が積層された曲げを受ける鋼部材の応力解析, 土木学会論文集 A1, Vol.69, No.1, pp.26-39, 2013.

## 第4章 鋼部材に接着された当て板のはく離試験

本章では，当て板接着鋼部材の引張および曲げ載荷試験から，はく離に対する強度を調べる．また，接着する当て板の寸法を変化させ，はく離に対して厳しい当て板の寸法を検討する．

### 4.1 当て板接着鋼板の引張試験

#### 4.1.1 試験体

母材と当て板を鋼板とした当て板接着鋼部材の試験体を作成し，引張載荷試験を行って，当て板がはく離する荷重を比較した．試験体は，鋼板の両面に当て板を接着した試験体（AN シリーズ），当て板中央で母材鋼板が切断されている試験体（AC シリーズ），母材鋼板に矩形状の断面欠損を設けた試験体（AD シリーズ）の3種類とした．鋼板の両面に当て板を接着した試験体と母材鋼板が切断されている試験体では，当て板の厚さを変化させて当て板がはく離するときの荷重を比較した．

試験体の一覧と寸法を表 4.1～4.3，図 4.1～4.3 に示す．

母材鋼板の長さは 600mm，幅  $b_s$  は 50mm，厚さ  $t_s$  は 12mm とした．AC シリーズでは，長さ 300mm の 2 枚の鋼板を突き合わせて母材鋼板に切断縁を設けた．当て板の長さ  $2l$  は 300mm，幅  $b_p$  は 50mm ( $=b_s$ ) で一定とし，厚さ  $t_p$  を 4.5，6 および 9mm と変化させた．試験体名の数字は当て板の厚さを示している．また，表 4.1～4.3 には，試験終了後にはく離面の接着剤層の上から膜厚計を用いて計測した接着剤層の厚さも示している．当て板のはく

表 4.1 試験体一覧とはく離荷重

	母材鋼板		当て板		接着剤厚さ [mm]	はく離荷重 [kN]
	幅 [mm]	板厚 [mm]	幅 [mm]	板厚 [mm]		
AN-4.5	50	12	50	4.5	1.27	159.9
AN-6.0				6.0	1.08	153
AN-9.0				9.0	0.96 0.96	144.9 137.3

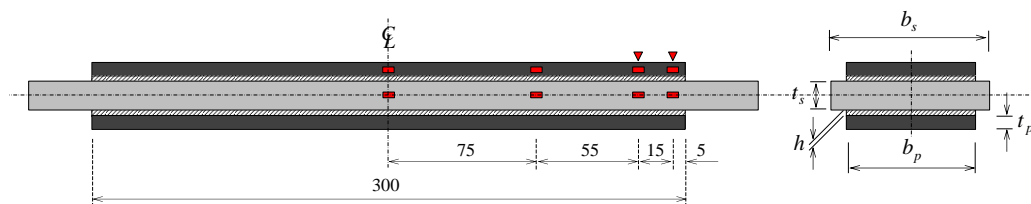


図 4.1 試験体寸法とひずみゲージ貼付位置

離は端部から生じることから、当て板端部近傍の接着剤の厚さを3～5点計測した平均厚さを示している。当て板接着鋼板の試験体のうち当て板の板厚が9mmの試験体と、当て板接着切断鋼板の試験体は2体ずつ作成したため、それぞれの接着剤の厚さとはく離荷重を示している。

母材鋼板に断面欠損を設けたADシリーズでは、断面欠損部の長さ $2l_d$ は5mm、40mmの

表 4.2 試験体一覧とはく離荷重（切断鋼板）

	母材鋼板		当て板		接着剤厚さ [mm]	はく離荷重 [kN]
	幅 [mm]	板厚 [mm]	幅 [mm]	板厚 [mm]		
AC-4.5	50	12	50	4.5	1.17	127.5
					1.07	157.6
AC-6.0				6.0	0.87	159.0
					0.92	130.0
AC-9.0				9.0	0.95	140.15
					1.03	122.41

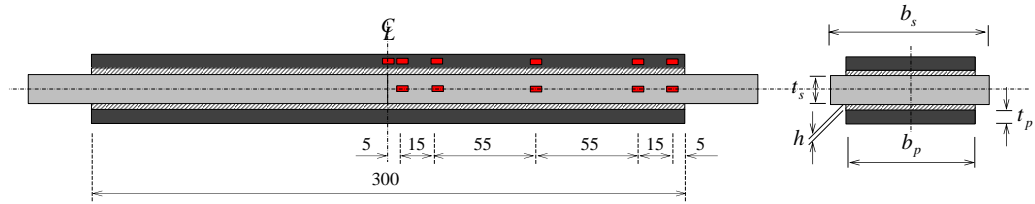


図 4.2 試験体寸法とひずみゲージ貼付位置（切断鋼板）

表 4.3 試験体一覧とはく離荷重（断面欠損鋼板）

	欠損部長さ [mm]	母材鋼板		当て板		接着剤厚さ [mm]	はく離荷重 [kN]
		幅 [mm]	板厚 [mm]	幅 [mm]	板厚 [mm]		
AD-5	5	90	18.7	90	4.3	0.45	248.0
AD-40	40		(10.4)			0.45	—

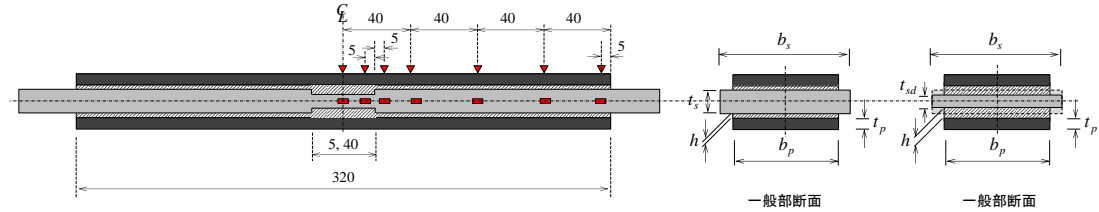


図 4.3 試験体寸法とひずみゲージ貼付位置（断面欠損鋼板）

表 4.4 鋼板および接着剤の材料定数および材料特性

(a) 鋼板

鋼種	板厚[mm]	弾性係数[GPa]	降伏点応力[MPa]
SM490	4.45	197.3	325.9
SM490Y	11.60	221.0	381.1
	8.75	212.8	408.0
	6.25	197.4	404.4
SS400	18.7	212.6	263.8
	4.3	211.4	393(0.2%耐力)

(b) 接着剤

種類	接着剤 A	接着剤 B
主剤	エポキシ樹脂	エポキシ樹脂
硬化剤	変性ポリアミン	変性ポリアミン
可使時間[min]	60 以上	37
ガラス転移温度[°C]	40	74
弾性係数[GPa]	6.5	2.61
せん断弾性係数[GPa]	2.39	0.96
ポアソン比	0.36	0.36
引張せん断強度[MPa]	14 以上	23.8
引張接着強度[MPa]	16.5	—

2 種類、欠損深さは片面 4.2mm とし、母材鋼板の全幅にわたって欠損を設けた。母材鋼板の厚さ  $t_s$  は 19mm、幅  $b_s$  は 90mm とした。当て板の長さ  $2l$  は 320mm とし、当て板の断面寸法は母材鋼板の欠損断面積を補うように、幅  $b_p$  を 90mm ( $=b_s$ )、厚さ  $t_p$  を 4.5mm とした。

#### 4.1.2 材料特性

鋼板に当て板を接着した AN シリーズと母材鋼板が切断されている AC シリーズでは、母材鋼板と当て板に SM490 および SM490Y を用いた。弾性係数、降伏点応力を表 4.4(a)に示している。また、接着剤には二液混合型エポキシ樹脂（接着剤 A）を用いた。接着剤 A の主成分および硬化樹脂の性能を表 4.4(b)に示している。表 4.4(b)では JIS K 7113 に準拠して得られた接着剤の弾性係数、せん断弾性係数および JIS K 6850 に準拠して得られた引張せん断強度を示している。

母材鋼板に断面欠損を設けた AD シリーズでは、母材鋼板と当て板には SS400 を用いた。引張試験の結果、SS400 の 4.3mm の鋼材は、明確な降伏点が得られなかったため、表 4.4(a)では降伏点の代わりに 0.2%オフセット耐力を示している。また、断面欠損部への充填性を考慮し、接着剤 A よりも流動性の高い接着剤 B を用いた。接着剤 B の硬化樹脂の性能を表 4.4(b)に示している。





写真 4.1 試験体作成状況

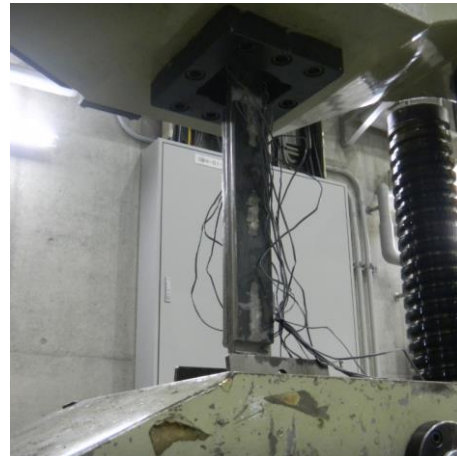


写真 4.2 引張試験載荷状況

#### 4.1.3 試験体の作成

鋼板および当て板の接着面は全試験体で同程度の粗さとなるように、グラインダーで黒皮を除去したのち、#100 のサンドペーパーで軸方向に対して $\pm 45^\circ$  方向に目荒らした。処理後の接着面を粗さ計で計測した結果、算術平均粗さ  $R_a$  が  $0.45 \sim 1.22 \mu\text{mm}$  程度の粗さであった。接着面はパーツクリーナーで洗浄、脱脂し、鋼板と当て板の両方の接着面に接着剤を塗布して当て板を圧着した。圧着後にはみ出した余分な接着剤はヘラではつとり、特に当て板の端部付近は接着剤が残らないように注意した。接着後は約 24 時間  $20^\circ\text{C}$  の恒温室で養生し、その後、 $35^\circ\text{C}$  の乾燥炉内に 12 時間入れ硬化を促進させてから、接着後 36～48 時間の間に同室内で載荷試験を行った。写真 4.1 に試験体の作成状況を示している。

試験体には、図 4.1～4.3 に示す箇所にひずみゲージを貼付した。当て板の端部付近、母材鋼板の切断縁付近、断面欠損部付近はひずみの変化が大きいため、ひずみゲージを密に配置している。本実験から得られたひずみ分布に対する考察は第 2 章で行っている。

#### 4.1.4 載荷試験

引張荷重の載荷は最大荷重  $1000\text{kN}$  のアムスラー万能試験機を用い、載荷速度  $0.2 \sim 0.5\text{kN/秒}$  で試験を行った。引張試験の載荷状況を写真 4.2 に示す。本試験では、母材鋼板に長さ  $40\text{mm}$  の断面欠損を設けた AD-40 以外の全ての試験体で当て板がはく離し載荷を終了した。AD-40 の試験体では当て板がはく離する前に母材鋼板が降伏したため載荷を終了した。

#### 4.1.5 荷重ひずみ関係

図 4.4 に、鋼板の両面に当て板を接着した AN-9.0 の荷重ひずみ関係を示す。この図では、母材鋼板の中央および無補強部と、当て板の中央および当て板端部から  $5\text{mm}$  の位置の荷重ひずみ関係をプロットしている。また、母材鋼板のみの伸び剛性から算出した荷重ひずみ関係  $P/\varepsilon = E_s A_s$  と、母材鋼板と当て板が完全合成であるとして算出した荷重ひずみ関係  $P/\varepsilon = E_s A_s + 2E_p A_p$  を示している。図 4.4 から、母材鋼板および当て板の中央の荷重ひずみ関係はほぼ重なりっており、完全合成理論の直線とほぼ一致している。一方、当て板の端部

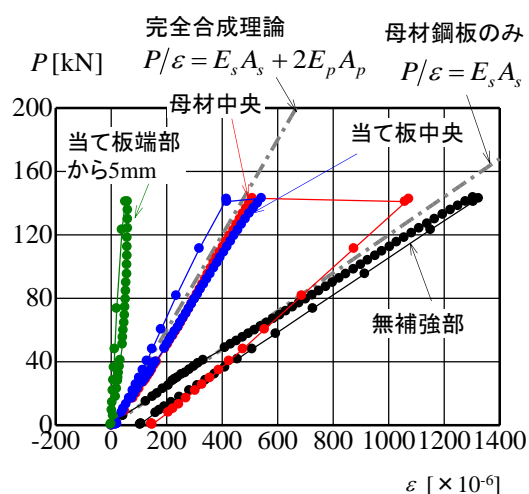


図 4.4 AN-9.0 の荷重ひずみ関係

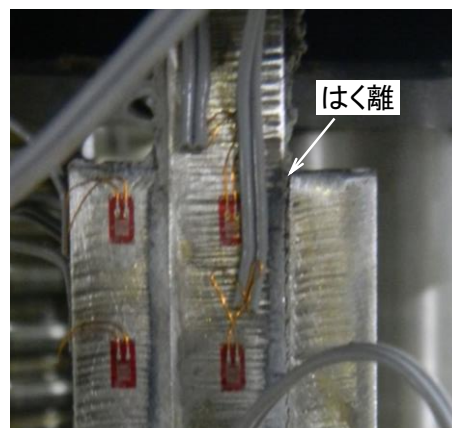


写真 4.3 AD シリーズのはく離状況

から 5mm の位置では、母材鋼板から当て板への応力の伝達が不十分なため、荷重が増加してもひずみの値はほとんど増加していない。全ての荷重ひずみ関係が線形となっており、 $P=145\text{kN}$  付近で鋼板および当て板中央のひずみが急激に変化し、この時に衝撃音とともに当て板がはく離した。はく離した当て板の状態を写真 4.3 に示す。当て板がはく離した後は、当て板が軸力を分担しないため、図 4.4 では母材中央のひずみが急増し、無補強部のひずみと一致している。

図 4.5 に、切断鋼板の両面に当て板を接着した AC-9.0 の荷重ひずみ関係を示す。この図では、母材鋼板の無補強部、当て板の中央および当て板端部から 5mm の位置のひずみに加え、当て板端部と母材鋼板切断縁の中央（中央から 75mm）の位置の荷重ひずみ関係をプロットしている。また、母材鋼板のみ、当て板のみの伸び剛性から算出した荷重ひずみ関係

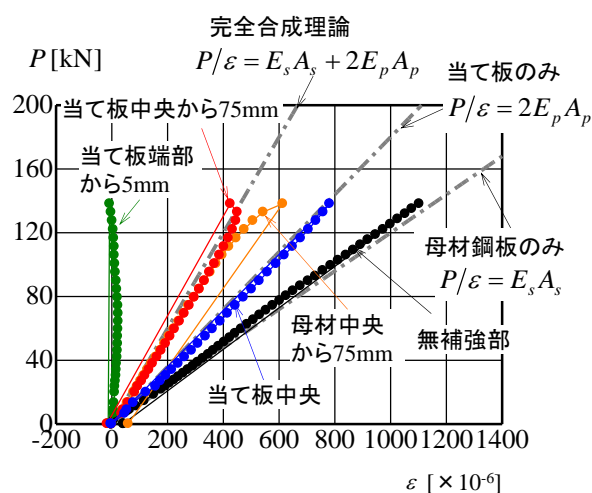


図 4.5 AC-9.0 の荷重ひずみ関係



写真 4.4 AC シリーズの当て板状況

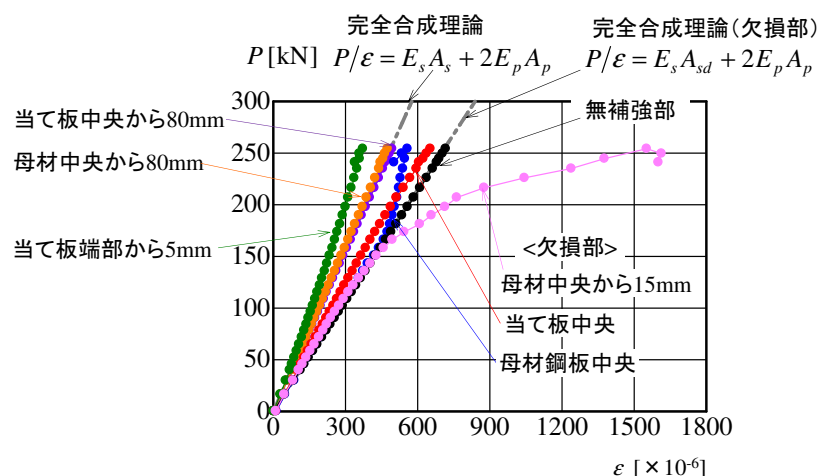


図 4.6 AD-40 の荷重ひずみ関係

$P/\varepsilon = E_s A_s$  および  $P/\varepsilon = 2E_p A_p$  と、母材鋼板と当て板が完全合成であるとして算出した荷重ひずみ関係  $P/\varepsilon = E_s A_s + 2E_p A_p$  を示している。図 4.5 から、当て板端部と母材鋼板切断縁の中央（中央から 75mm）の位置の、母材鋼板と当て板の荷重ひずみ関係は、完全合成理論のそれとほぼ一致している。また、母材鋼板の切断縁である当て板中央の荷重ひずみ関係は、当て板のみの伸び剛性から算出した荷重ひずみ関係と一致している。最大荷重に近くなると当て板端部と母材鋼板切断縁の中央の位置の母材鋼板と当て板の荷重ひずみ関係が若干非線形となり、最終的に母材および当て板が降伏する前に当て板がはく離した。はく離の起点は、当て板の端部と母材鋼板切断縁のどちらかであると考えられるが、本試験でははく離の衝撃音と同時に試験体が二つに分離したため、はく離の発生個所は特定できなかった。

図 4.6 に、断面欠損を設けた鋼板の両面に当て板を接着した AD-40 の荷重ひずみ関係を示す。AD 試験体では、母材鋼板の欠損部分の端部直近（母材鋼板中央から 15mm）の位置のひずみが最も大きく、母材鋼板が降伏したときには無補強部のひずみの 2 倍以上となった。これは、第 2 章で示したように、断面欠損部で当て板への応力の伝達が不十分となっているためである。図 4.6 から、母材に欠損がない部分（中央から 80mm）の母材鋼板と当て板のひずみは重なっており、完全合成理論の値と一致している。一方、母材鋼板欠損部（試験体中央）では前述のように当て板への応力の伝達が不十分なため、当て板のひずみが完全合成理論よりも若干小さくなっている。AD-40 では、当て板がはく離する前に、欠損部分の端部直近で母材鋼板が降伏した。

#### 4.1.6 はく離荷重

当て板がはく離する音が発生し、当て板のひずみが急激に変化したときの荷重（はく離荷重）の一覧を表 4.1～4.3 に示している。それぞれの試験体のはく離荷重の平均値を図 4.7 に示す。

図 4.7 から、鋼板の両面に当て板を接着した AN シリーズでは、接着する当て板の板厚が

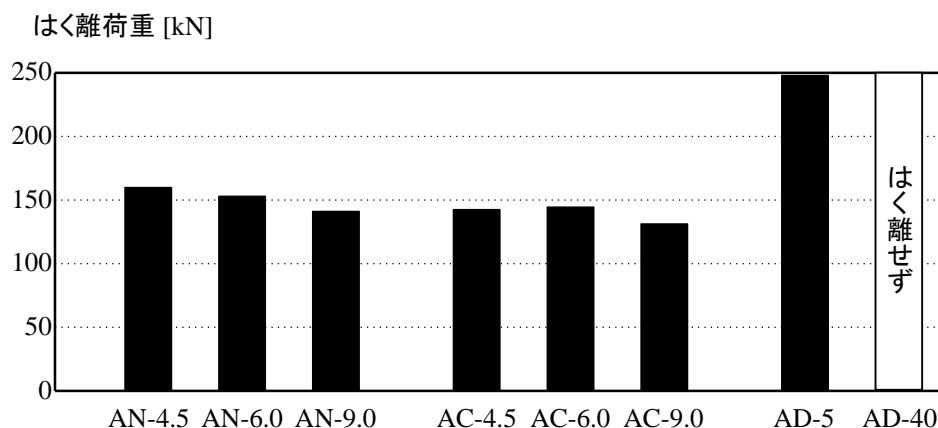


図 4.7 引張試験体のはく離荷重の平均値

大きくなるほど、当て板がはく離する荷重は小さくなることがわかる。これは第 2 章で示したように、当て板の板厚が大きくなると、当て板の端部に生じるせん断応力と垂直応力の最大値が大きくなるためと考えられる。すなわち、板厚の大きい当て板を接着する場合には、はく離に対してより厳しい条件となる。表 4.5(a)には、当て板の端部の位置の接着剤に生じるせん断応力  $\bar{\tau}(l)$  と垂直応力  $\bar{\sigma}_y(l)$  を示しており、第 2 章で示した近似解および高精度解から求めた値を示している。近似解から求めたせん断応力と垂直応力は、高精度解よりも若干高い値となっている。表 4.5(a)から、当て板接着鋼部材に軸力のみが作用する場合であっても、接着剤にはせん断応力の 1/2 以上の大きさの垂直応力が生じていることがわかる。高精度解の値を参考にすると、AN シリーズでは、接着剤に生じるせん断応力が 38.6～46.5MPa、垂直応力が 24.9～34.9MPa のときに当て板がはく離した。

母材鋼板が切断されている AC シリーズでは、当て板の板厚が大きい AC-9.0 のはく離荷重の平均値が最も小さく、AC-4.5 と AC-6.0 のはく離荷重は同程度となった。母材鋼板が切断されている場合には、当て板端部のみでなく、母材鋼板切断縁の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力も大きくなることから、これらの位置のせん断応力と垂直応力を表 4.5(b)に示している。表 4.5(b)から、AC-4.5 と AC-6.0 では当て板端部よりも母材鋼板切断縁の方が接着剤に生じるせん断応力の値が大きくなっており、当て板の板厚が大きい AC-9.0 では当て板端部のせん断応力の方が大きくなっている。一方、接着剤の垂直応力は、全ての試験体で、当て板端部では常に引張、母材鋼板切断縁では常に圧縮となっている。

母材鋼板に断面欠損を設けた AD シリーズでは、欠損部長さが 5mm の AD-5 は母材鋼板が降伏する前に当て板がはく離し、欠損部長さが 40mm の AD-40 では当て板がはく離せずに母材鋼板が降伏した。表 4.5(c)には、当て板端部および断面欠損端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を示しており、当て板端部のせん断応力と垂直応力の方が大きい。

表 4.5 はく離荷重から求めた接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

(a) 当て板接着鋼板

	当て板端部 ( $x=l$ )			
	$\bar{\tau}(l)$ [MPa]		$\bar{\sigma}_y(l)$ [MPa]	
	近似解	高精度解	近似解	高精度解
AN-4.5	41.5	38.6	26.4	24.9
AN-6.0	46.5	42.8	31.9	29.9
AN-9.0	51.1	46.5	37.6	34.9
	48.4	44.1	35.7	33.1

(b) 当て板接着切断鋼板

	母材鋼板の切断縁 ( $x=0$ )				当て板端部 ( $x=l$ )			
	$\bar{\tau}(0)$ [MPa]		$\bar{\sigma}_y(0)$ [MPa]		$\bar{\tau}(l)$ [MPa]		$\bar{\sigma}_y(l)$ [MPa]	
	近似解	高精度解	近似解	高精度解	近似解	高精度解	近似解	高精度解
AC-4.5	45.9	<b>46.5</b>	-12.6	-12.3	34.4	32.0	22.3	<b>21.0</b>
	59.3	<b>60.1</b>	-16.5	-16.2	44.5	41.2	29.3	<b>27.6</b>
AC-6.0	53.8	<b>54.7</b>	-15.7	-15.4	53.8	49.2	38.5	<b>35.9</b>
	42.8	<b>43.5</b>	-12.4	-12.1	42.8	39.2	30.3	<b>28.2</b>
AC-9.0	33.1	33.8	-9.6	-9.4	49.7	<b>45.2</b>	36.7	<b>34.0</b>
	27.8	28.4	-8.0	-7.8	41.7	<b>38.1</b>	30.3	<b>28.2</b>

(c) 断面欠損を設けた当て板接着鋼板

	母材鋼板の断面欠損端部 ( $x=l_d$ )				当て板端部 ( $x=l$ )			
	$\bar{\tau}(l_d)$ [MPa]		$\bar{\sigma}_y(l_d)$ [MPa]		$\bar{\tau}(l)$ [MPa]		$\bar{\sigma}_y(l)$ [MPa]	
	近似解	高精度解	近似解	高精度解	近似解	高精度解	近似解	高精度解
AD-5	1.8	1.7	0	-0.5	25.9	<b>23.9</b>	16.8	<b>15.8</b>
AD-40	—	—	—	—	—	—	—	—

## 4.2 当て板接着鋼部材の曲げ試験

### 4.2.1 試験体

鋼部材の片面に当て板を接着した試験体を作成し、4点曲げ载荷試験および片持ち载荷試験を行って、当て板がはく離する荷重を比較した。表 4.6～4.8 および図 4.8～4.10 に試験体を示す。

4点曲げ载荷試験には、長さ 1200mm、幅 90mm、板厚 19mm の鋼板を母材として用いた。当て板は接着半長さ 320mm、幅 90mm、板厚 4.5mm の鋼板とし、母材鋼板下面に接着した。

片持ち载荷試験の母材には鋼板と 2 種類の H 形鋼を用い、当て板は鋼板とした。

母材に用いた鋼板は長さ 500mm、幅 90mm、板厚 12mm で一定とし、当て板の幅  $b_p$  を 90, 50, 25mm、厚さ  $t_p$  を 12, 6, 4.5mm と変化させて、はく離に対して厳しい当て板の寸法を検討した。また当て板を母材鋼板の曲げ引張側に接着した試験体（PT シリーズ）と曲げ圧縮側に接着した試験体（PC シリーズ）を作成し、両者のはく離荷重の違いを比較した。試験体名の数字は当て板の寸法を示しており、“幅－板厚”と表記している。また、試験終了後に膜厚計で計測した接着剤の平均厚さも示している。片持ち载荷試験に用いた H 形鋼は、表 4.8 に示すように、H-100×50×5×7 と H-150×75×5×7 の 2 種類を用い、長さは 1000mm とした。当て板は長さ 300mm、幅  $b_p$  は 50mm、板厚  $t_p$  は 12mm とし、H 形鋼の曲げ引張側に接着した試験体（BT シリーズ）および曲げ圧縮側に接着した試験体（BC シリーズ）をそれぞれ作成した。

### 4.2.2 材料特性

等曲げ载荷試験の母材鋼板と当て板鋼板には表 4.4(a)に示した SS400 を用い、接着剤は表 4.4(b)の接着剤 B を用いた。

表 4.6 4点曲げ载荷試験に用いた試験体一覧とはく離荷重

	母材鋼板		当て板		接着剤厚さ [mm]	はく離荷重 [kN]
	幅 [mm]	板厚 [mm]	幅 [mm]	板厚 [mm]		
PB-90-4.5	90	18.7	90	4.3	0.45	20.3
					0.45	20.9

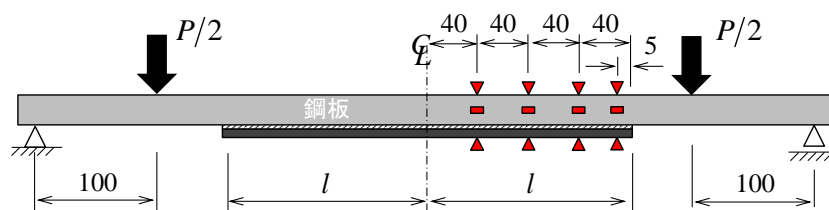


図 4.8 4点曲げ载荷試験体とひずみゲージ貼付位置

表 4.7 当て板接着鋼板の片持ち載荷試験に用いた試験体一覧とはく離荷重

	母材鋼板		当て板		接着剤厚さ [mm]	はく離荷重 [N]
	幅 [mm]	板厚 [mm]	幅 [mm]	板厚 [mm]		
PT-90-12	90	12	90	12	0.38	666
					0.25	602
					0.23	659
					0.46	789
PT-50-12			50	12	0.28	540
					0.20	531
					0.29	502
					0.23	619
PT-25-12			25	12	0.23	308
					0.26	311
					0.16	332
					0.31	409
PT-25-6			25	6	0.29	561
					0.19	549
PT-50-4.5			50	4.5	0.27	802
					0.42	901
	0.27	781				
	0.21	668				
PC-25-12	90	12	25	12	0.27	1294
					0.26	1406
PC-25-6			25	6	0.29	1761
					0.32	1042
					0.27	1329
					0.25	1233

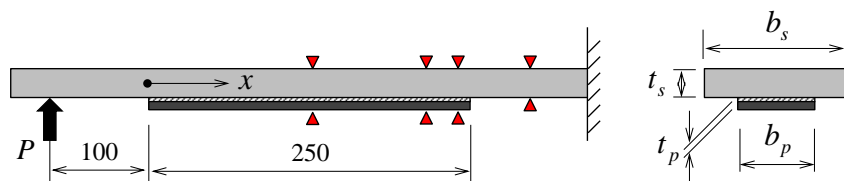


図 4.9 当て板接着鋼板の片持ち載荷試験体とひずみゲージ貼付位置



表 4.8 当て板接着 H 形鋼の片持ち載荷試験に用いた試験体一覧とはく離荷重

	H 形鋼				当て板		接着剤 厚さ [mm]	はく離 荷重 [kN]
	フランジ		ウェブ		幅 [mm]	板厚 [mm]		
	幅 [mm]	板厚 [mm]	高さ [mm]	板厚 [mm]				
BT-50-100	50	7	86	5	50	12	0.32	6.40
							0.46	6.40
BT-75-150	75	7	136	5			0.29	13.1
							0.22	13.7
BC-50-100	50	7	86	5	50	12	0.29	7.83
							0.22	9.60

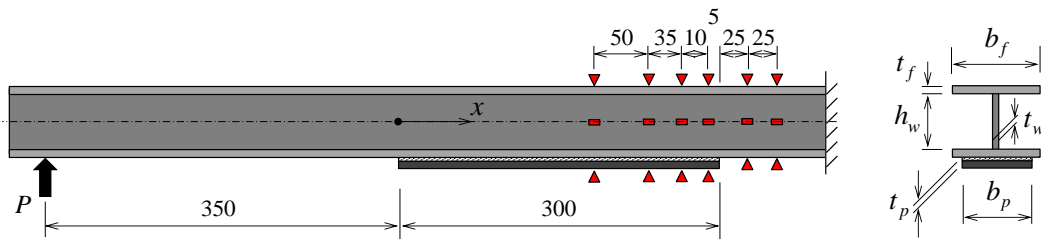


図 4.10 当て板接着 H 形鋼の片持ち載荷試験体とひずみゲージ貼付位置

当て板接着鋼板の片持ち載荷試験に用いた母材鋼板および当て板鋼板は、表 4.4(a)の SM490 および SM490Y を用い、接着剤は表 4.4(b)の接着剤 A を用いた。また当て板接着剤 H 形鋼に用いた H 形鋼と当て板は SS400 であり接着剤は表 4.4(b)の接着剤 A を用いた。

#### 4.2.3 試験体の作成

試験体の作成方法・養生方法は 4.1.3 に示した方法と同様に行った。

ひずみゲージの貼付位置は図 4.8～4.10 に示している。また、鋼板の降伏を判断するため、鋼板の無補強部にもひずみゲージを貼付した。母材に用いた H 形鋼には、図心位置にもひずみゲージを貼付している。これらのひずみゲージより得られたひずみの分布は、第 3 章で応力解析の結果や FEM 解析と比較している。

#### 4.2.4 載荷試験

等曲げ試験では、アムスラー試験機を用いて当て板を接着している側が曲げ引張となるように 4 点曲げ載荷を行った。また、片持ち載荷試験では、当て板接着面が上側あるいは下側になるように試験体を架台に剛に固定し、ジャッキを用いて集中荷重を載荷した。それぞれの載荷試験の状況を写真 4.4 および写真 4.5 に示す。

#### 4.2.5 荷重ひずみ関係

図 4.11 に 4 点曲げ載荷試験の母材鋼板と当て板の荷重ひずみ関係を示す。この図には、母材鋼板と当て板が完全合成されていると仮定して算出した荷重ひずみ関係





写真 4.5 等曲げ載荷試験

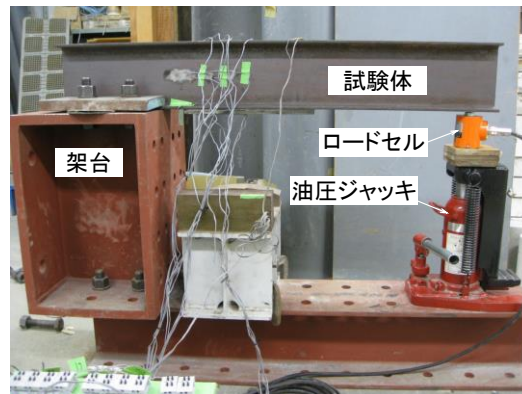


写真 4.6 片持ち載荷試験

$P/\varepsilon = E_s I_v / (50 y_v)$  と，母材鋼板のみの曲げ剛性から算出した荷重ひずみ関係  $P/\varepsilon = E_s I_s / (50 y_s)$  を一点鎖線で示している。

図 4.11 から，試験体の中央では，当て板下面のひずみは完全合成理論の荷重ひずみ関係とほぼ一致している．一方，当て板の端部付近（当て板端部から 5mm）では，当て板に応力が十分に伝達されないため，当て板のひずみが非常に小さくなっている．4 点曲げ載荷を行った試験体では，母材鋼板が降伏する前に端部から当て板がはく離し，ひずみが大きく変化した。

一方，片持ち載荷試験では微細なはく離が徐々に進展したため，明確にはく離が発生した荷重がわからなかった．そのため，当て板の端部から 5mm の位置に貼付したひずみゲージの値の変化から，当て板のはく離を判断した．例として，母材鋼板の下面に当て板を接着して片持ち載荷試験を行った PT-50-45 の荷重と当て板の端部から 5mm の位置のひずみの関係を図 4.12(a)に示す．図 4.12(a)からわかるように，載荷荷重と当て板の端部から 5mm の

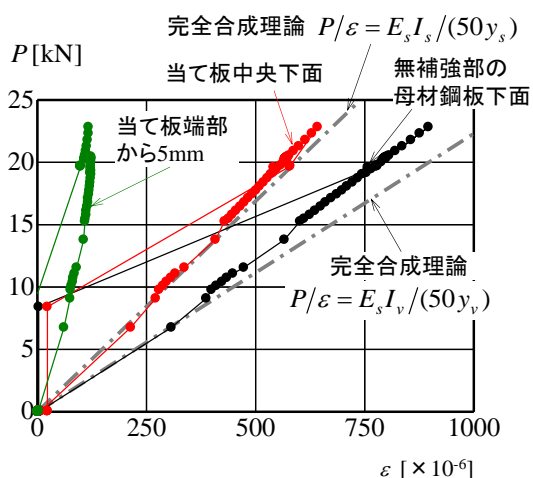


図 4.11 PB-90-4.5 の荷重ひずみ関係

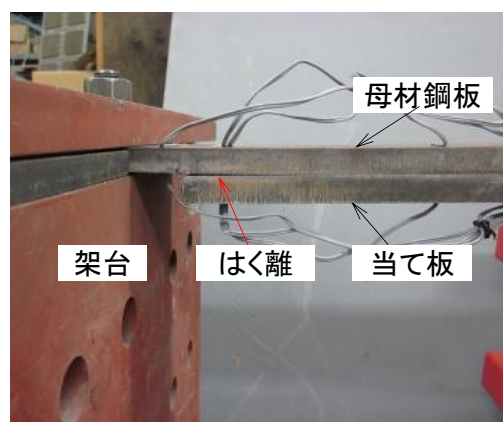
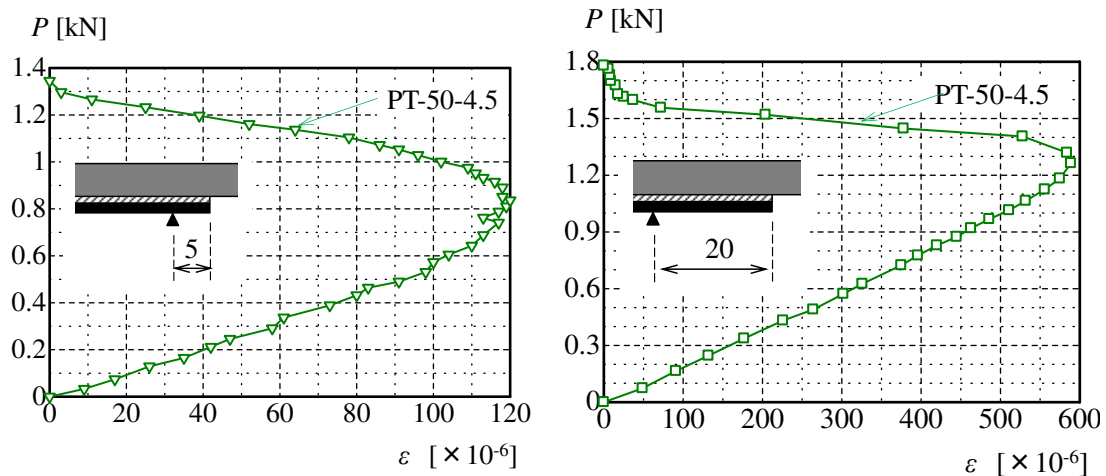


写真 4.7 曲げ試験体のはく離



(a) 当て板端部から 5mm のひずみ

(b) 当て板端部から 20mm のひずみ

図 4.12 PT-50-4.5 の荷重ひずみ関係

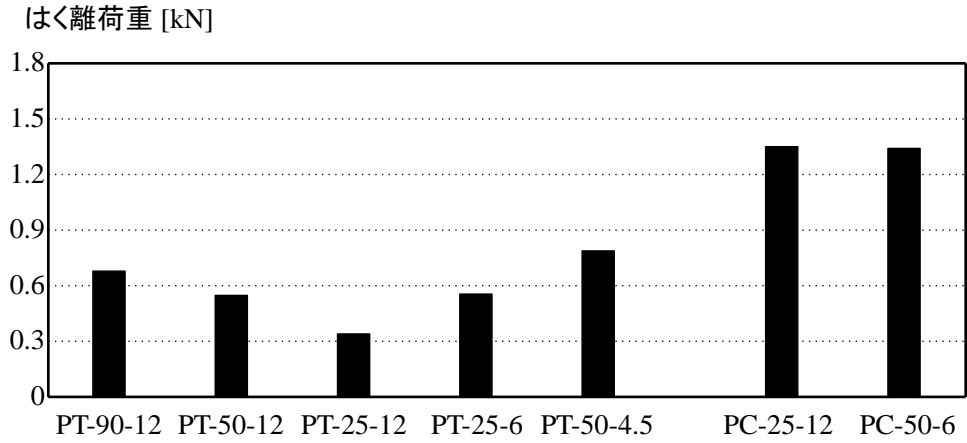
位置のひずみは、荷重がある値に達すると徐々に減少しており、微細なはく離あるいは接着剤層の破壊が生じていると考えられる。図 4.12(b)には当て板端部から 20mm の位置に貼付したひずみゲージから得られた荷重ひずみ関係を示している。図 4.12(a)で当て板の端部から 5mm の位置のひずみがおおよそピークとなる荷重 0.8kN でも、図 4.12(b)の荷重ひずみ関係は線形となっていることがわかる。このことから、当て板端部に近くなるほど、当て板に生じるひずみははく離に対して敏感に反応すると考えられる。本研究では、当て板端部から 5mm のひずみの値がピークになったときの荷重をはく離荷重とした。載荷試験終了時の当て板のはく離状況を写真 4.7 に示す。

#### 4.2.6 はく離荷重

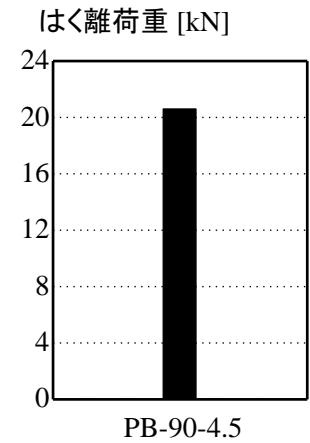
曲げ試験のはく離荷重の一覧を表 4.6～4.8 に示している。また、各試験体のはく離荷重の平均値を図 4.13 に示す。図 4.13(a)は母材鋼板が同じ試験体のはく離荷重であり、当て板の寸法が異なっている。鋼板の曲げ引張側に当て板を接着した PT シリーズのうち、当て板の板厚が 12mm の試験体 (PT-90-12, PT-50-12, PT-25-12) のはく離荷重は、当て板の幅が 90, 50, 25mm と小さくなるほど、当て板のはく離荷重の平均値が小さくなっていることがわかる。これは当て板の幅が小さくなると、接着面積が小さくなるためである。一方、当て板の幅が等しく、当て板の板厚が異なる試験体 (PT-50-12 と PT-50-4.5 あるいは PT-25-12 と PT-25-6) を比較すると、当て板の板厚が大きい試験体の方がはく離荷重の平均値が小さくなっている。このことから、当て板の幅が小さく、板厚が大きいほど、当て板がはく離しやすいことがわかる。

また、鋼板の曲げ圧縮側に当て板を接着した PC シリーズは、曲げ引張側に当て板を接着した PT シリーズよりもはく離荷重の平均値が大きくなっている。この結果は母材が H 形鋼である BT-50-100 と BC-50-100 の試験結果でも同じ傾向となっている。

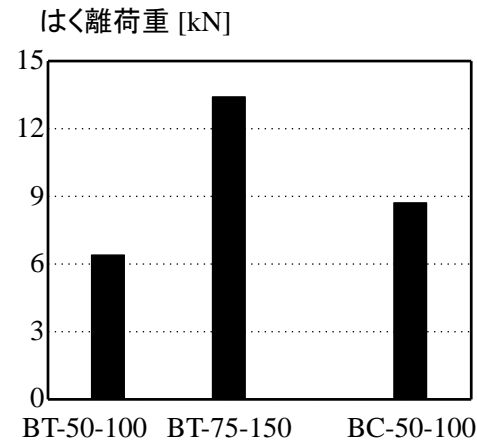
表 4.9 には、第 3 章で求めた当て板端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の近似解および高精度解を示している。これらの値を用いたはく離の評価は第 5 章で行う。



(a) PT, PC シリーズ



(b) PB シリーズ



(c) BT, BC シリーズ

図 4.13 曲げ試験のはく離荷重の平均値

表 4.9 はく離荷重から求めた接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

(a) 4 点曲げ载荷を受ける当て板接着鋼板

	当て板端部 ( $x=l$ )				$\bar{\tau}(l)/\overline{\sigma_y}(l)$
	$\bar{\tau}(l)$ [MPa]		$\overline{\sigma_y}(l)$ [MPa]		
	近似解	高精度解	近似解	高精度解	
PB-90-4.5	-33.2	-29.3	28.1	28.6	1.03
	34.2	-30.2	28.9	29.5	1.03

(b) 片持ち载荷を受ける当て板接着鋼板

	当て板端部 ( $x = l$ )				$\bar{\tau}(l)/\overline{\sigma_y}(l)$
	$\bar{\tau}(l)$ [MPa]		$\overline{\sigma_y}(l)$ [MPa]		
	近似解	高精度解	近似解	高精度解	
PT-90-12	-12.9	-12.9	23.9	24.0	-0.54
	-14.6	-14.5	27.0	26.9	-0.54
	-16.5	-16.5	30.6	30.7	-0.54
	-14.0	-13.9	26.0	25.8	-0.54
PT-50-12	-18.4	-15.9	29.7	29.5	-0.54
	-21.4	-18.5	34.8	34.6	-0.53
	-16.6	-14.6	26.9	26.9	-0.54
	-23.1	-20.1	37.5	37.5	-0.54
PT-25-12	-17.1	-13.2	25.4	24.5	-0.54
	-16.3	-12.7	24.2	23.3	-0.55
	-22.2	-17.1	33.5	32.4	-0.53
	-19.7	-15.4	28.9	27.9	-0.55
PT-25-6	-25.3	-20.6	27.4	26.2	-0.79
	-30.5	-24.5	34.6	32.7	-0.75
PT-50-4.5	-28.3	-23.6	27.9	27.0	-0.88
	-25.3	-21.5	23.6	23.6	-0.91
	-27.2	-23.0	26.7	26.3	-0.88
	-26.6	-22.1	27.0	25.9	-0.85
PC-25-12	66.3	52.0	-97.9	-95.2	-0.55
	74.4	57.6	-110.0	-105.5	-0.55
PC-25-6	79.1	64.6	-85.4	-82.3	-0.79
	44.9	36.5	-48.0	-46.0	-0.79
	62.4	50.4	-67.9	-64.7	-0.78
	60.5	48.4	-66.6	-62.7	-0.77

(c) 片持ち载荷を受ける当て板接着 H 形鋼

	当て板端部 ( $x=l$ )				$\bar{\tau}(l)/\overline{\sigma_y}(l)$
	$\bar{\tau}(l)$ [MPa]		$\overline{\sigma_y}(l)$ [MPa]		
	近似解	高精度解	近似解	高精度解	
BT-50-100	-29.9	-25.8	26.4	24.7	-1.04
	-24.9	-21.7	20.8	19.8	-1.09
BT-75-150	-23.2	-20.3	18.8	17.8	-1.14
	-24.7	-21.6	20.2	19.1	-1.13
BC-50-100	38.5	33.1	-34.4	-32.2	-1.03
	54.4	46.2	-50.5	-46.6	-0.99

## 第5章 当て板のはく離に対する破壊基準の検討

第4章で行った引張試験や曲げ試験で示したように、接着する当て板と鋼部材の寸法によっては、鋼部材や当て板が降伏する前に当て板のはく離し、十分な補強効果が得られない場合がある。はく離を防止するためには、はく離に対する破壊基準を明らかにし、はく離の照査方法を確認する必要がある。

当て板のはく離は、接着剤に生じるせん断応力や垂直応力の大きさによって決定されることが考えられ、これまでに接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を用いた当て板のはく離に対する破壊基準がいくつか提案されている。しかし、それぞれの破壊基準を比較した研究はなく、当て板のはく離に対して最も適した破壊基準が明確になっていない。

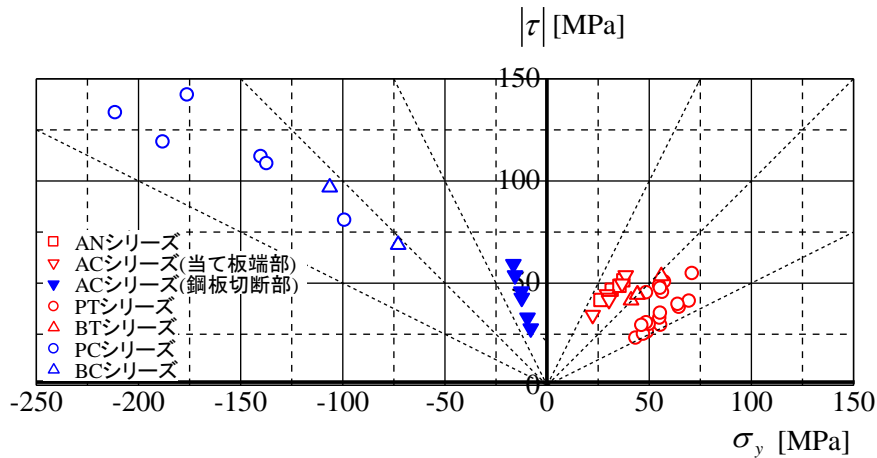
そこで本章では、第4章の載荷試験の結果をそれぞれの破壊基準で評価し、当て板のはく離を評価するのに最も適した破壊基準を検討する。

### 5.1 当て板のはく離するせん断応力と垂直応力の関係

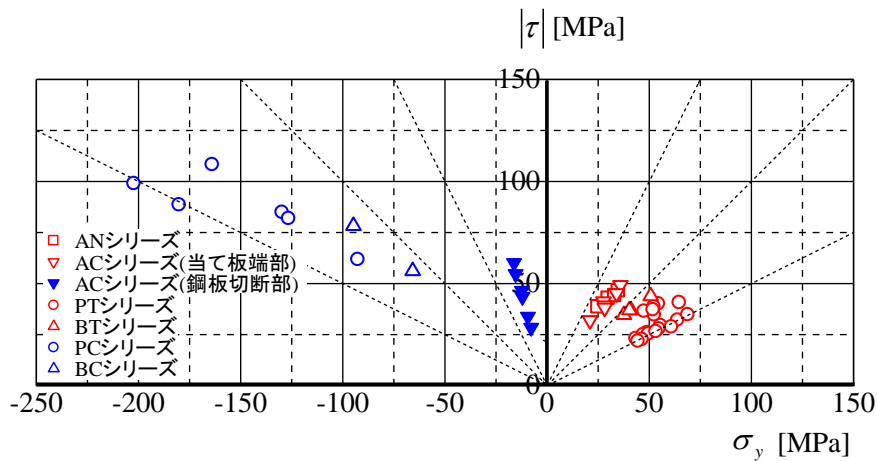
当て板のはく離強度を調べるため、第4章の引張試験および曲げ試験において、はく離荷重作用時の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の関係を図5.1にプロットした。対象とした試験体は接着剤Aを用いた試験体（AN, AC, PT, BT, PC, BCシリーズ）である。ACシリーズでは当て板端部のみでなく、鋼板切断部でも接着剤に生じるせん断応力と垂直応力が同程度に大きくなったため、鋼板切断部のせん断応力と垂直応力の関係も中塗りで示している。また、図5.1(a), (b)ではそれぞれ近似解および高精度解から算出したせん断応力と垂直応力を示している。図5.1(a), (b)から、近似解は高精度解よりもせん断応力が若干高くなり、プロット点が若干y方向にシフトすることがわかる。本章では、高精度解より算出した接着剤のせん断応力と垂直応力を用いてはく離に対する破壊基準の検討を行うが、近似解を用いてせん断応力と垂直応力を算出する場合でも、安全側にはく離の照査ができる。

図5.1(b)より、当て板のはく離するときのせん断応力と垂直応力の関係は載荷の条件によって異なっていることがわかる。鋼部材の応力が引張となる箇所には当て板を接着した試験体、すなわちPT, BT, AN, ACシリーズ（赤でプロット）の当て板端部では接着剤に生じる垂直応力が引張となり、試験結果は第一象限にプロットされている。図5.1にはせん断応力と垂直応力の比を示すため、 $\tau/\sigma_y = 1, 2, 1/2, -1, -2, -1/2$ の関係を破線で示しており、曲げ試験の結果であるPTとBTはせん断応力よりも垂直応力の方が大きく、 $\tau/\sigma_y = 1/2 \sim 1$ の間にプロットされている。また、引張試験を行ったANとACはせん断応力の方が大きく、 $\tau/\sigma_y = 1 \sim 2$ の間にプロットされている。

一方、鋼部材の応力が圧縮となる箇所には当て板を接着した試験体、すなわちPC, BCシリーズでは接着剤に生じる垂直応力が圧縮となるため、第二象限にプロットされている。



(a) 近似解を用いた場合



(b) 高精度解を用いた場合

図 5.1 当て板がはく離したときの接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の関係

これらの試験体ははく離荷重が大きかったため、算出されるせん断応力と垂直応力が高くなっている。また、AC シリーズの鋼板切断部のせん断応力と垂直応力の関係も同様に第二象限にプロットされている。

以降では、当て板がはく離する条件すなわち破壊基準を検討する。

## 5.2 最大せん断応力による評価

これまでに、当て板のはく離を防止するため、接着剤に生じるせん断応力の最大値を用いた当て板のはく離の照査方法が提案されている<sup>1), 2)</sup>。最大せん断応力による照査では、接着剤に生じるせん断応力の最大値と接着剤のせん断応力に対するはく離強度を比較し、次式を用いて照査する。

$$|\tau|_{\max} < \tau_{cr} \quad (5.1)$$

ここに、

$\tau_{cr}$  : 接着剤のせん断応力に対するはく離強度.

式(5.1)によると、接着剤に生じるせん断応力の最大値が、接着剤のはく離せん断強度を上回ったときに、当て板が鋼部材からはく離すると考える。最大せん断応力による照査は当て板接着鋼部材が軸力を受ける場合に用いられる場合が多い。

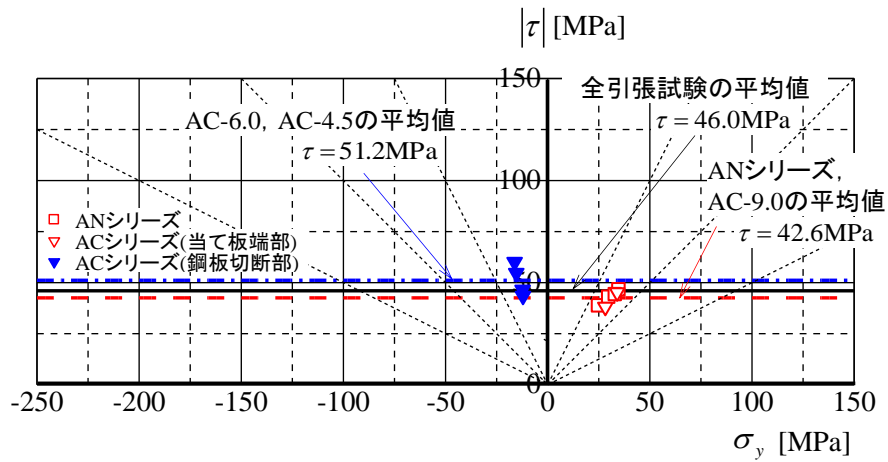
当て板がはく離したときの接着剤の最大せん断応力を用いて引張試験の結果を評価した。図 5.2(a)に、引張試験体 (AN, AC シリーズ) の当て板がはく離したときの最大せん断応力と垂直応力の関係を示している。AC シリーズのうち、AC-9.0 では当て板端部、AC-4.5 および AC-6.0 では母材鋼板切断縁でそれぞれせん断応力が最大となったため、これらの位置に生じたせん断応力と垂直応力の関係を示している。この図には、接着剤に生じる垂直応力が引張となる試験体 (AN シリーズ, AC-9.0) の最大せん断応力の平均値を赤の破線、接着剤に生じる垂直応力が引張となる試験体 (AC-6.0, AC-4.5) の最大せん断応力の平均値を青の一点鎖線、全引張試験体の最大せん断応力の平均値を黒の実線で示している。

図 5.2(a)から、接着剤の垂直応力が圧縮となる試験体は、接着剤の垂直応力が引張となる試験体よりも、最大せん断応力の平均値が若干大きくなっている。最大せん断応力の平均値に対するばらつきの程度を評価するため、 $|\tau|_{\max}$  の平均値、分散、標準偏差および変動係数を表 5.1(a)にまとめている。表 5.1(a)より、接着剤の垂直応力が引張となる試験体と、接着剤の垂直応力が圧縮となる試験体の平均値に対する標準的なばらつきである標準偏差はいずれも小さく、それぞれ 4.7MPa および 6.6MPa となっている。また、平均値に対する標準偏差の割合を示す変動係数の値も小さく、それぞれ 0.11 および 0.13 となっている。全引張試験の結果を最大せん断応力で評価した場合でも、標準偏差や変動係数の値は小さく、それぞれ 6.4MPa および 0.14 となっている。したがって、軸力を受ける鋼部材に当て板接着を行う場合には、第 4 章で示したような要素試験から接着剤のせん断応力に対するはく離強度を求め、その値と実構造物の接着剤に生じる最大せん断応力を比較することによって、はく離を照査することができると考えられる。

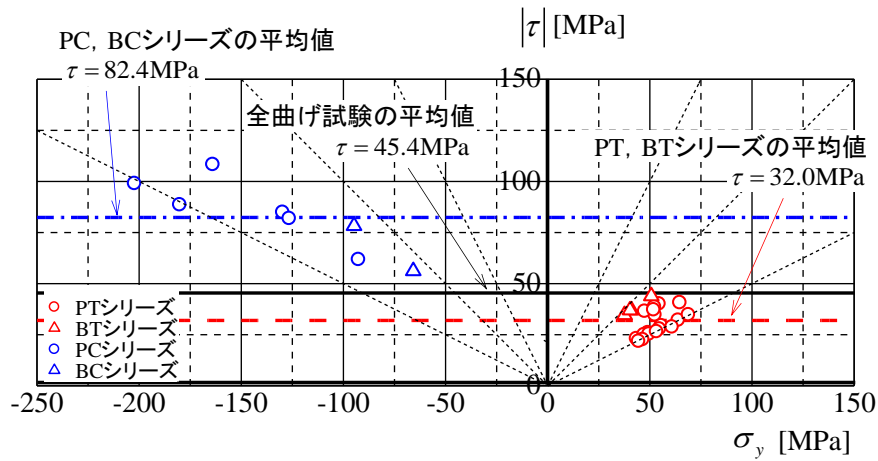
図 5.2(b)に、曲げ試験体 (PT, BT, PC, BC シリーズ) の当て板がはく離したときの最大せん断応力と垂直応力の関係を示している。PT シリーズおよび BT シリーズでは垂直応力は引張 ( $\sigma_y \geq 0$ ) となっており、PC シリーズおよび BC シリーズでは垂直応力は圧縮 ( $\sigma_y < 0$ ) となっている。この図には、接着剤に生じる垂直応力が引張となる試験体 (PT, BT シリーズ) の最大せん断応力の平均値を赤の破線、接着剤に生じる垂直応力が引張となる試験体 (PC, BC シリーズ) の最大せん断応力の平均値を青の一点鎖線、全曲げ試験体の最大せん断応力の平均値を黒の実線で示している。

図 5.2(b)から、接着剤の垂直応力が引張および圧縮となる試験体の最大せん断応力の平均値は大きく異なることがわかる。表 5.1(b)には、曲げ試験体の  $|\tau|_{\max}$  の平均値、分散、標準偏差および変動係数を示している。表 5.1(b)から、接着剤の垂直応力が引張となる試験体のみ、あるいは垂直応力が圧縮となる試験体のみを最大せん断応力で評価した場合、標準偏

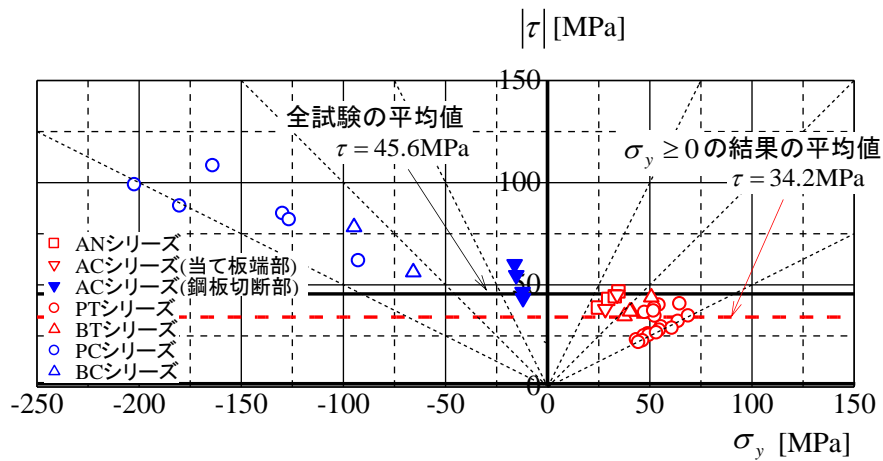




(a) 引張試験結果



(b) 曲げ試験結果



(c) 全試験結果

図 5.2 最大せん断応力による試験結果の評価

表 5.1 最大せん断応力 $|\tau|_{\max}$ の平均，分散，標準偏差，変動係数

(a) 引張試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	42.6	22	4.7	0.11
$\sigma_y < 0$ の結果	51.2	43	6.6	0.13
全引張試験結果	46.0	41	6.4	0.14

(b) 曲げ試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	32.0	41	6.4	0.20
$\sigma_y < 0$ の結果	82.4	265	16.3	0.20
全曲げ試験結果	45.4	598	24.5	0.54

(c) 全試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	34.2	54	7.3	0.21
全試験結果	45.6	459	21.4	0.47

差の値はいずれも小さく，変動係数は 0.2 程度となっている．しかし，接着剤の垂直応力が引張となる場合と圧縮となる場合で，最大せん断応力の平均値が大きく異なっているため，全曲げ試験の結果を最大せん断応力で評価した場合には標準偏差や変動係数が大きくなっている．

図 5.2(c)には全試験体の当て板がはく離したときの最大せん断応力と垂直応力の関係を示しており，接着剤に生じる垂直応力が引張となる試験体（AN, PT, BT シリーズ，AC-9.0）の最大せん断応力の平均値を赤の破線，全試験体の最大せん断応力の平均値を黒の実線で示している．また，表 5.1(c)には，全試験体の $|\tau|_{\max}$ の平均値，分散，標準偏差および変動係数を示している．

表 5.1(c)からわかるように，接着剤に生じる垂直応力が引張となる試験体のみを最大せん断応力で評価する場合には，変動係数が小さく 0.21 程度となっている．そのため，軸力を

受ける鋼部材に接着した当て板の端部や、曲げモーメントを受ける鋼部材の曲げ引張側に接着した当て板の端部のように、接着剤に生じる垂直応力が引張となる場合には、最大せん断応力を用いてはく離の照査できると考えられる。ただし、表 5.1(a), (b)からわかるように、引張試験で垂直応力が引張( $\sigma_y \geq 0$ )となる試験体から得られる最大せん断応力は、曲げ試験のそれよりも大きくなる。そのため、曲げを受ける鋼部材に当て板接着補強を行う際、引張試験からせん断応力に対するはく離強度を求めると危険側の評価となる。

一方、全曲げ試験結果と同様に、全試験結果を最大せん断応力で評価した場合には、標準偏差および変動係数が大きく、あらゆる寸法および載荷条件に対して最大せん断応力で当て板のはく離を照査することはできないことがわかる。

### 5.3 クーロンの破壊規準による評価

軸力を受ける鋼部材の継手として一般的に用いられている、高力ボルト摩擦接合継手では、摩擦面の摩擦係数とボルトの軸力から摩擦力を用いてすべり耐力を評価している<sup>3)</sup>。接着接合では、摩擦力に加え接着剤の粘着力によってせん断応力に抵抗すると考えられる。

摩擦力と粘着力を用いた破壊基準としてクーロンの破壊規準がある。クーロンの破壊規準は土や岩石のせん断強度を評価する際に用いられている。はく離面に生じる摩擦力は、はく離面の摩擦係数に垂直応力を乗じて算出されるが、粘着力は接着剤固有の材料定数であり常に一定である。このことから、クーロンの降伏基準に基づくはく離の照査は次式となる。

$$|\tau| + \sigma_y \tan \phi < c \quad (5.2)$$

ここに、

$\phi$  : 接着剤の内部摩擦角、

$c$  : 接着剤の粘着力。

式(5.2)によると、接着剤に生じるせん断応力 $|\tau|$ から摩擦力 $\sigma_y \tan \phi$ を差し引いた値が、接着剤の粘着力より大きくなったときに当て板がはく離すると考える。クーロンの降伏基準では接着剤に生じる垂直応力が圧縮となる場合には、摩擦力によって当て板がはく離する荷重は大きくなり、接着剤に生じる垂直応力が引張の場合には、負の摩擦力によって当て板がはく離する荷重は小さくなる。はく離が鋼部材と接着剤の界面あるいは当て板と接着剤の界面から生じる場合には、 $\tan \phi$ はこれらの界面の摩擦係数を意味するため、鋼部材および当て板の表面粗さによって異なる値となる。

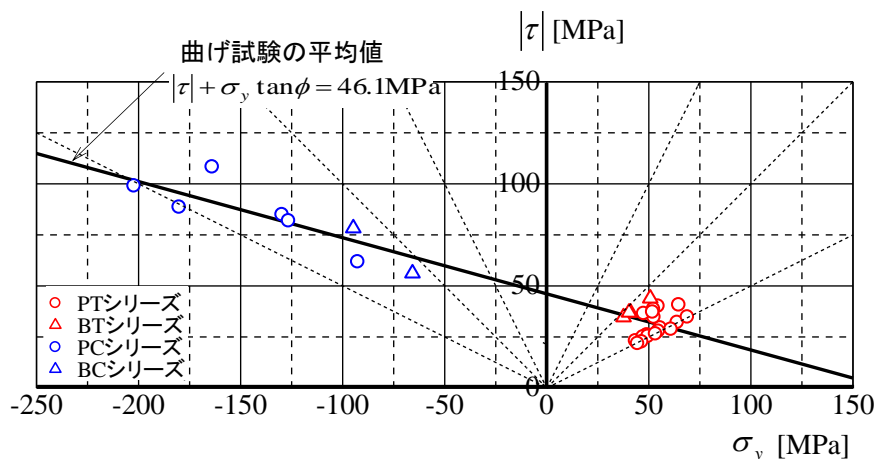
クーロンの破壊規準に基づく照査式では左辺に未知の材料定数 $\tan \phi$ が含まれている。したがって、破壊包絡線を与えるには、 $|\tau|/\sigma_y$ が異なる2種類以上の試験を行い、得られた試験結果を結んだ直線の傾きから $\tan \phi$ を与える必要がある。

図 5.3(a), (b)にそれぞれ曲げ試験体および全試験体の結果と、クーロンの破壊規準に基づく包絡線を示す。ここで、引張試験体では全ての試験結果が非常に近い位置にプロットさ

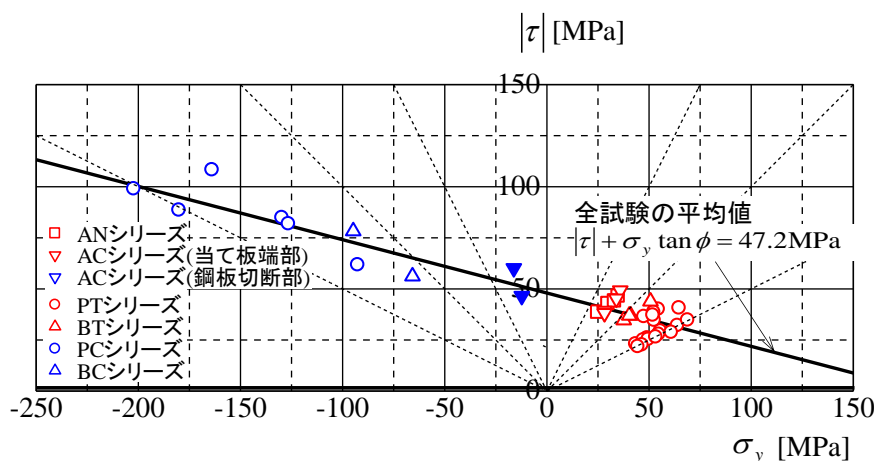
れるため、 $\tan\phi$ の値を適切に求められず、包絡線を与えることができなかったため引張試験のみの試験結果は示していない。

図 5.3(a)の曲げ試験の結果では、 $\sigma_y > 0$ の範囲の試験結果の平均座標と $\sigma_y < 0$ の範囲の試験結果の平均座標から $\tan\phi$ を求め、包絡線を与えた。この図から、曲げ試験の結果はクーロンの破壊基準に基づく包絡線に近い位置にプロットされていることがわかる。表 5.2 にはクーロンの破壊基準に基づく照査式(5.2)の左辺 $|\tau| + \sigma_y \tan\phi$ の平均値、分散、標準偏差および変動係数を示している。クーロンの破壊基準を用いて曲げ試験の結果を評価した場合、標準偏差や変動係数は非常に小さいことがわかる。

図 5.3(b)に示す、全試験結果に対する包絡線は、 $\sigma_y \geq 0$ の範囲の全試験結果の平均座標と $\sigma_y < 0$ の範囲の全試験結果の平均座標を結んで与えている。また、AC シリーズでは、当て板端部と母材鋼板切断縁のうち、 $|\tau| + \sigma_y \tan\phi$ が大きかった方の値をプロットしている。図 5.3(b)から、曲げ試験の結果のみでなく、引張試験の結果も包絡線に沿ってプロットされて



(a) 曲げ試験結果



(b) 全試験結果

図 5.3 クーロンの破壊規準による試験結果の評価

表 5.2 クーロンの破壊規準  $|\tau| + \sigma_y \tan \phi$  の平均，分散，標準偏差，変動係数

	平均	分散	標準偏差	変動係数
曲げ試験結果	46.1	56	7.5	0.16
全試験結果	47.2	56	7.5	0.16

いることがわかる．また，表 5.2 に示す全試験結果をクーロンの破壊規準で評価したときの標準偏差や変動係数の値も小さく，クーロンの破壊規準を用いて当て板のはく離を照査できると考えられる．ただし前述のように，クーロンの破壊規準に基づく照査式では，接着剤の内部摩擦角  $\phi$  や粘着力  $c$  を与えるために， $|\tau|/\sigma_y$  が十分に異なる 2 種類以上の曲げ試験（例えば鋼部材の引張側および圧縮側に当て板を接着した試験体の曲げ試験など）を行う必要がある．

#### 5.4 最大主応力による評価

海外の鋼部材に対する当て板接着補強のガイドライン<sup>4)-6)</sup>では，接着剤に生じる最大主応力を用いた当て板のはく離の照査方法が示されている．接着剤に生じる直応力は非常に小さいことから，最大主応力による当て板のはく離の照査式は垂直応力とせん断応力を用いて次式で表される．

$$\sigma_p \leq \sigma_{pcr} \quad (5.3)$$

$$\sigma_p = \frac{\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (5.4)$$

ここに，

$\sigma_p$  : 接着剤に生じる最大主応力，

$\sigma_{pcr}$  : 接着剤の最大主応力に対するはく離強度．

接着剤に生じる主応力によるはく離の照査では，接着剤に生じる引張の主応力が接着剤の引張はく離強度を上回った時にはく離が生じると考える．

式(5.4)の接着剤に生じる主応力の式からわかるように，接着剤に生じる垂直応力が圧縮の場合 ( $\sigma_y < 0$ )，式(5.4)の第一項が負となり，接着剤に生じる最大主応力は小さくなる．すなわち，接着剤に生じる主応力  $\sigma_p$  がそのはく離強度  $\sigma_{pcr}$  に達する荷重は高くなる．図 5.4 は最大主応力に基づく包絡線の形状を示している．この破壊包絡線は，最大主応力  $\sigma_{pcr}$  が同じで，最小主応力が異なるモールの応力円の軌跡となっている．モールの応力円の半径は接着剤に生じるせん断応力あるいは荷重の大きさを意味しており，接着剤に生じる垂直応力が圧縮となる領域 ( $\sigma_y < 0$ ) ではモールの応力円の半径が大きく，はく離する荷重が大き

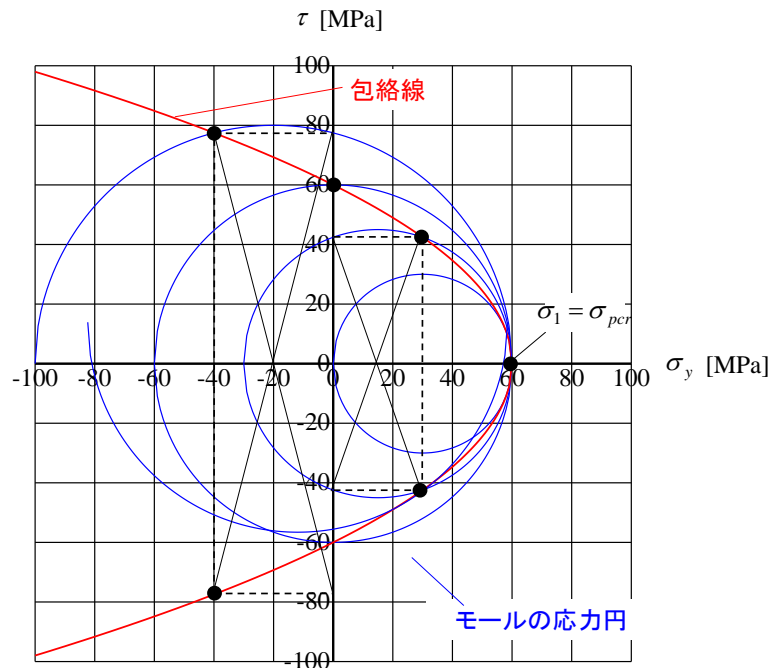
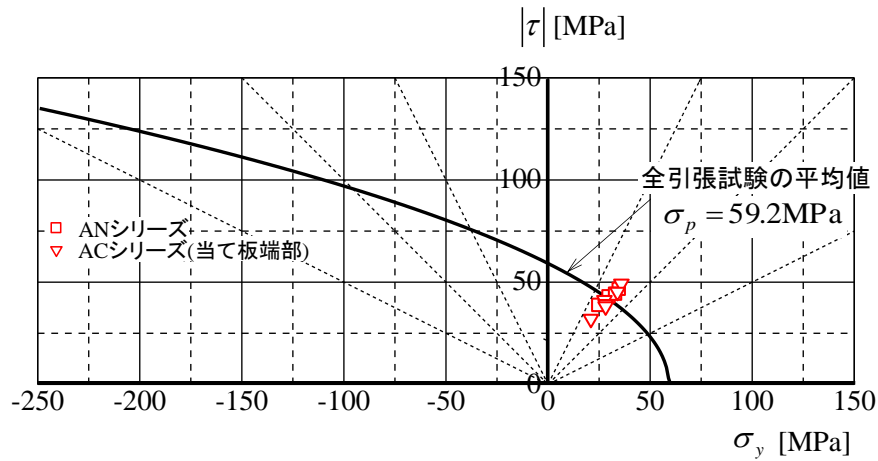


図 5.4 最大主応力に基づく包絡線とモールの応力円

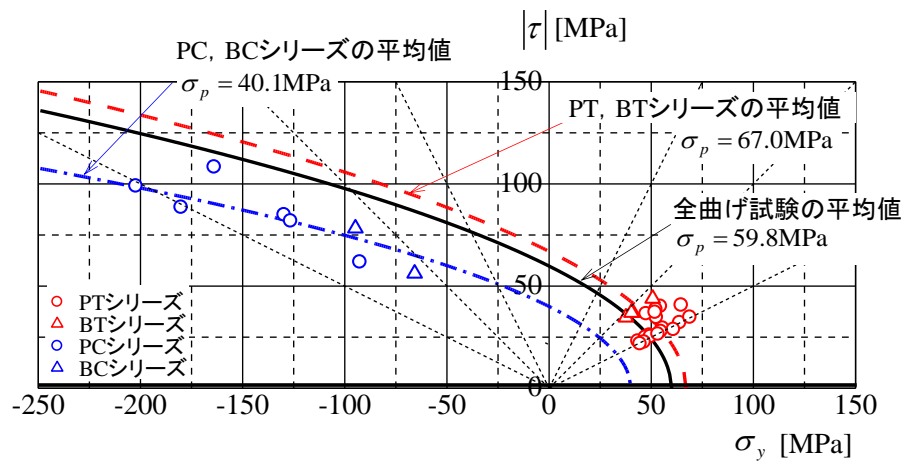
いことを意味している。

引張試験の結果と最大主応力に基づく包絡線を図 5.5(a)に示す。AC シリーズの試験結果では、当て板端部と母材鋼板切断縁の主応力を求めたが、全ての試験結果で当て板端部の主応力の方が大きかったため、図 5.5(a)には当て板端部のせん断応力と垂直応力の関係のみをプロットしている。また、表 5.3(a)には、引張試験結果の $\sigma_p$ の平均値、分散、標準偏差および変動係数を示しており、これまでの他の破壊規準と同様に、標準偏差や変動係数が小さいことがわかる。また、図 5.5(b)は曲げ試験の結果と最大主応力に基づく包絡線を示している。図 5.5(b)では、鋼部材の曲げ引張側に当て板を接着した試験体 (PT, BT シリーズ)、鋼部材の曲げ圧縮側に当て板を接着した試験体 (PC, BC シリーズ) および全曲げ試験体の平均値からそれぞれ与えた包絡線を示している。図 5.5(b)から、鋼部材の曲げ引張側および圧縮側に当て板を接着した試験結果は、それぞれ、包絡線と近い位置にプロットされている。特に鋼部材に曲げ圧縮側に当て板を接着した試験 (PC, BC シリーズ) の結果は、左上がりにプロットされており、包絡線の傾向と一致している。表 5.3(b)に示すように、曲げ試験の結果を最大主応力で評価した場合には、鋼部材の曲げ引張側および圧縮側に当て板を接着した場合ともに、標準偏差と変動係数が小さくなる。また、鋼部材の曲げ引張側および圧縮側に当て板を接着した試験体を合わせて評価した場合でも、変動係数は 0.24 程度に収まっている。

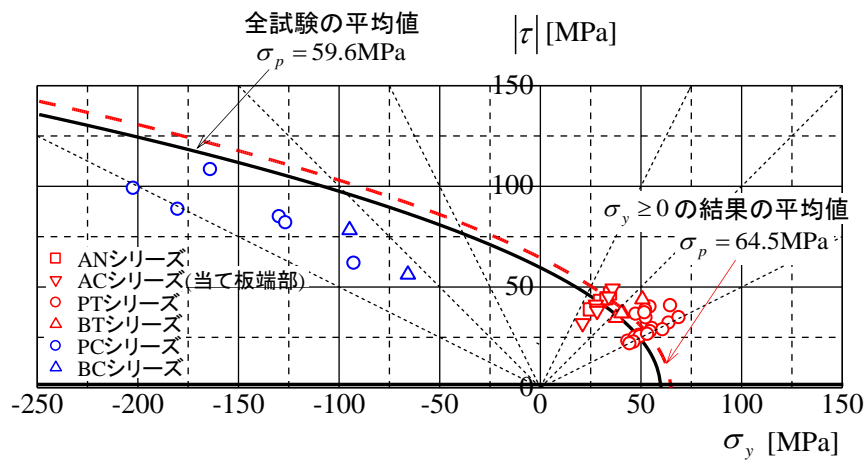
図 5.5(c)では、全試験体の最大主応力の平均値から与えた包絡線を示しており、接着剤の垂直応力が圧縮となる範囲 ( $\sigma_y < 0$ ) で試験結果と包絡線の違いが若干大きくなっているが、



(a) 引張試験結果



(b) 曲げ試験結果



(c) 全試験結果

図 5.5 最大主応力による試験結果の評価

表 5.3 最大主応力 $\sigma_p$ の平均，分散，標準偏差，変動係数

(a) 引張試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
全引張試験結果	59.16	54	7.4	0.12

(b) 曲げ試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	67.0	78	8.8	0.13
$\sigma_y < 0$ の結果	40.0	46	6.8	0.17
全曲げ試験結果	59.8	212	14.6	0.24

(c) 全試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	64.5	84	9.2	0.14
全試験結果	59.6	172	13.1	0.22

表 5.3(c)に示すように，全体的に標準偏差や変動係数は小さい．このことから，接着剤の最大主応力を用いることによって，軸力および曲げを受ける鋼部材に接着した当て板のはく離を照査できると考えられる．また，図 5.5(c)から，接着剤の垂直応力が引張となるように载荷した試験のみから求めた包絡線と，全試験結果から求めた包絡線の違いは小さいことがわかる．したがって，引張試験から当て板のはく離する最大主応力の値 $\sigma_{pcr}$ を求め，実構造物に生じる最大主応力と比較することによって当て板の照査ができると考えられる．

## 5.5 ミーゼス応力による評価

2 方向の応力を受ける鋼部材の降伏を判断する破壊基準の一つとして，ミーゼス応力が広く用いられている．接着面のはく離に対してミーゼス応力を用いて評価している研究もある<sup>7)</sup>．ミーゼス応力による照査ではせん断ひずみエネルギーが限界値に達したときに破壊が生じると考える．軸方向および奥行き方向の接着剤に生じる応力を 0 とすると，接着剤のミーゼス応力を用いた当て板のはく離の照査は次式となる．



$$\sigma_m \leq \sigma_{mcr} \quad (5.5)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_y^2 + 3\tau^2} \quad (5.6)$$

ここに、

$\sigma_m$  : 接着剤のミーゼス応力、

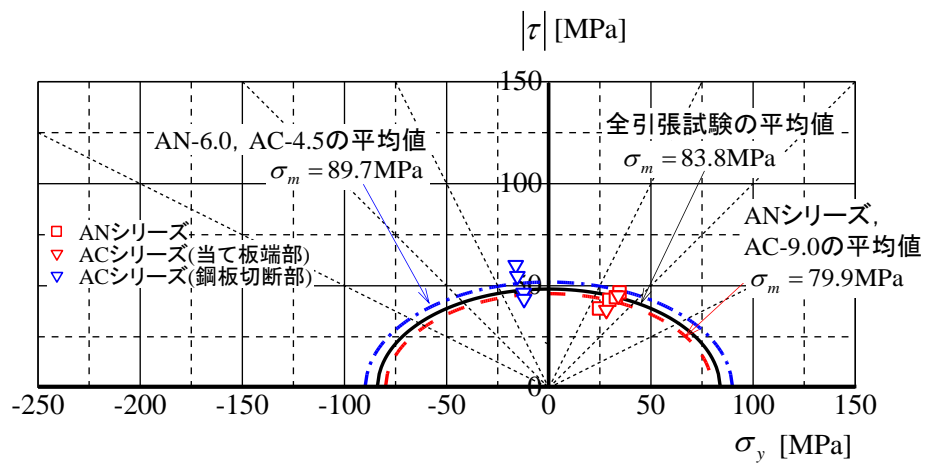
$\sigma_{mcr}$  : 接着剤のミーゼス応力に対するはく離強度。

式(5.6)で示すように、接着剤のミーゼス応力の算出式では、 $\tau$ および $\sigma_y$ は共に2乗されるため、これらの符号が変わってもミーゼス応力は同じ値となる。例えば、曲げを受ける鋼部材に当て板を接着するとき、曲げ引張側と曲げ圧縮側で接着剤に生じる垂直応力 $\sigma_y$ の正負が変わるが、ミーゼス応力は同じ値となる。

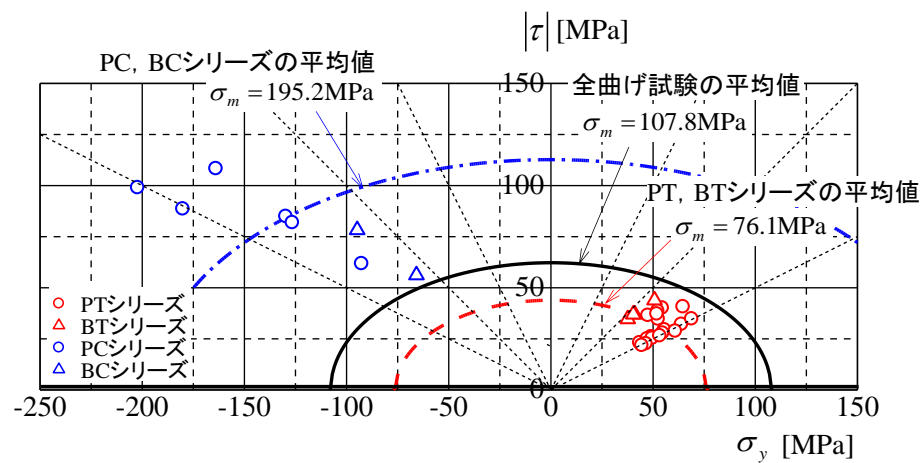
引張試験の結果と、接着剤のミーゼス応力に基づく包絡線を図 5.6(a)に示す。AC シリーズでは、当て板端部と母材鋼板切断縁のうち、ミーゼス応力が大きかった方のせん断応力と垂直応力の関係をプロットしており、それぞれ AC-9.0 では当て板の端部、AC-6.0 および AC-4.5 では母材鋼板切断縁の値を示している。図 5.6(a)から、他の破壊基準と同様に、ミーゼス応力を用いて引張試験の結果を評価した場合には、接着剤の垂直応力が引張となる結果 (AN シリーズ, AC-9.0) のみから求めたミーゼス応力の平均値、接着剤の垂直応力が圧縮となる結果 (AC-6.0, AC-4.5) のみから求めたミーゼス応力の平均値および全引張試験から求めたミーゼス応力の平均値の違いが非常に小さい。表 5.4(a)には引張試験体の $\sigma_m$ の平均値、分散、標準偏差および変動係数を示している。この表から、引張試験体では、当て板がはく離するときのミーゼス応力の標準偏差や変動係数が非常に小さいことがわかる。したがって、軸力を受ける鋼部材に当て板を接着する場合には、ミーゼス応力を用いて当て板のはく離を照査することができる。

一方、図 5.6(b)には曲げ試験の結果とミーゼス応力に基づく包絡線を示しており、接着剤の垂直応力が引張となる結果 (PT, BT シリーズ) から与えた包絡線と、接着剤の垂直応力が圧縮となる結果 (PC, BC シリーズ) から与えた包絡線が大きく異なっていることがわかる。そのため、表 5.4(b)に示すように、全曲げ試験の結果をミーゼス応力を用いて評価すると、標準偏差や変動係数が非常に大きくなっている。

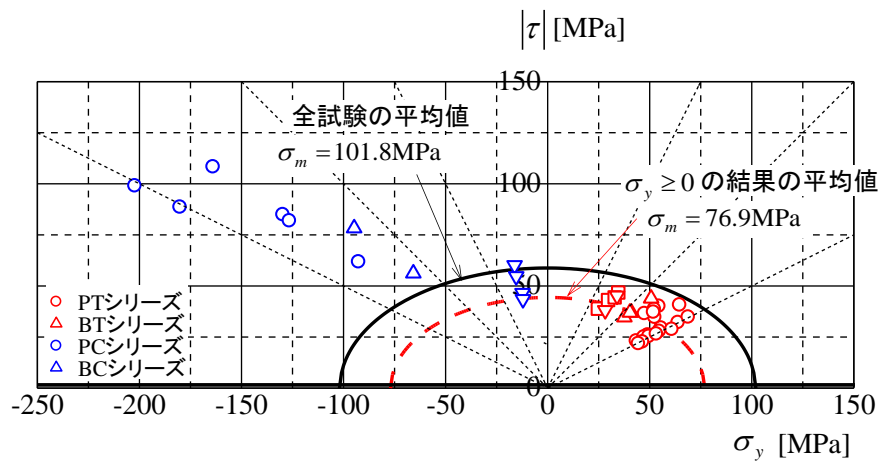
図 5.6(c)には全試験結果とミーゼス応力に基づく包絡線を示している。接着剤の垂直応力が引張( $\sigma_y \geq 0$ )となる結果のみをミーゼス応力を用いて評価すると、試験結果は破線で示す包絡線と非常に近い位置にプロットされており、表 5.4(c)に示す標準偏差や変動係数も小さい。このことから、当て板が軸力を受ける鋼部材や、鋼部材の曲げ引張側に接着される場合には、ミーゼス応力を用いてはく離を照査できる。一方、接着剤の垂直応力が圧縮となる試験結果は、全試験結果から与えた包絡線から離れた位置にプロットされている。このことから、鋼部材が切断されている部分からはく離する場合や、当て板が鋼部材の曲げ圧縮側に接着される場合には、ミーゼス応力を用いて当て板のはく離の照査を行うことができない。



(a) 引張試験結果



(b) 曲げ試験結果



(c) 全試験結果

図 5.6 ミーゼス応力による試験結果の評価

表 5.4 ミーゼス応力  $\sigma_m$  の平均，分散，標準偏差，変動係数

(a) 引張試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	79.9	41	6.4	0.08
$\sigma_y < 0$ の結果	89.7	133	11.5	0.13
全引張試験結果	83.8	101	10.0	0.12

(b) 曲げ試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	76.1	113	10.6	0.14
$\sigma_y < 0$ の結果	195.2	2418	49.2	0.25
全曲げ試験結果	107.8	3504	59.2	0.55

(c) 全試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	76.9	100	10.0	0.13
全試験結果	101.8	2761	52.5	0.52

## 5.6 合成応力度による評価

図 5.7 に示すような 2 枚の鋼板が接着接合された単純重ね継ぎ手のはく離に対する強度を評価する手法として，接着剤に生じるせん断応力および垂直応力のそれぞれの限界値に対する大きさ（合成応力度）を用いたはく離の照査手法が次式のように提案されている<sup>8), 9)</sup>。

$$\sqrt{\left(\frac{\tau}{\alpha}\right)^2 + \sigma_y^2} < \sigma_{ycr} \quad (5.7)$$

ここに，

$$\alpha = \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{ycr}} \quad (5.8)$$

$\sigma_{ycr}$  : 接着剤に生じる垂直応力に対する抵抗強度.

式(5.7)では, 接着剤のせん断応力と垂直応力に対するはく離強度を別々に与えてはく離に対する照査を行う. 接着剤の垂直応力に対するはく離強度がせん断応力に対するはく離強度の $\sqrt{3}$ 倍のとき( $\alpha=1/\sqrt{3}$ ), 式(5.7)はミーゼス応力によるはく離の照査式と等しくなる.

合成応力度に基づく包絡線を図 5.8 に示す. 図 5.8 に示すように, 合成応力度に基づく破壊包絡線はミーゼス応力と同様に楕円形となり, 接着剤のせん断応力と垂直応力に対するはく離強度の比 $\alpha$ によって短径および長径が変化し,  $\alpha=1$ のとき包絡線は半円形となる.

例として図 5.9 では,  $\alpha=0.5$ としたときの合成応力度の包絡線と引張試験, 曲げ試験, 全試験の結果を比較しており, それぞれの包絡線はミーゼス応力の包絡線と類似していることがわかる. したがって, 図 5.9(a)に示す引張試験の結果は, 全引張試験結果から求めた包絡線に近いところにプロットされており, 図 5.9(b)に示す曲げ試験の結果は, 接着剤の垂直応力が引張および圧縮となる場合で, 包絡線が大きく異なっている. 図 5.9(c)から, 接着剤の垂直応力が引張となる場合には, 合成応力度による照査を用いて当て板のはく離を照査できるが, 接着剤の垂直応力が圧縮となる場合には, 合成応力度を用いてはく離を照査することができない. 図 5.9 では $\alpha=0.5$ としたが,  $\alpha$ を変化させても, 表 5.5 に示す $\sqrt{(\tau/\alpha)^2 + \sigma_y^2}$ の標準偏差, 変動係数はほとんど変化しない. そのため, 合成応力度とミーゼス応力の標準偏差と変動係数はほぼ同じになる.

一方, Hashin らは繊維補強樹脂成型板 (FRP 板) の層間のはく離の破壊基準として, 樹脂に生じる垂直応力が正および負の場合にそれぞれ異なるはく離強度を与えた次式の合成応力度を提案している<sup>10)</sup>.

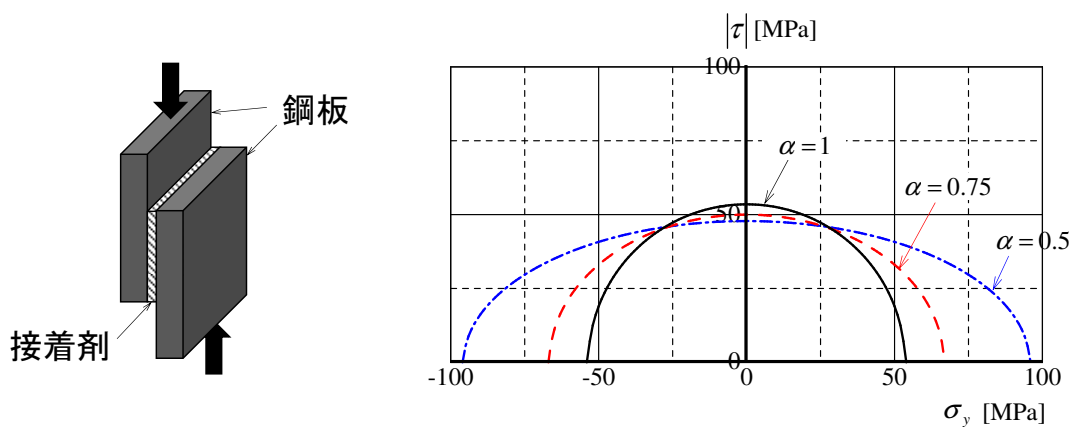
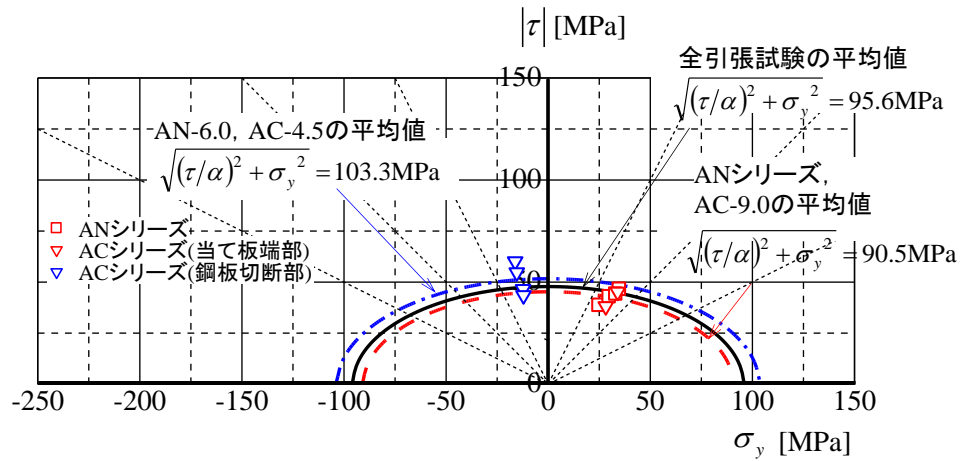
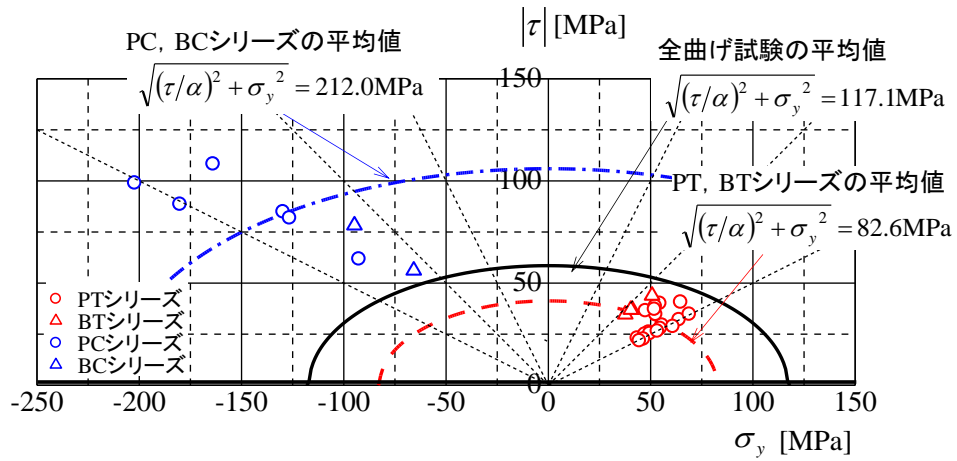


図 5.7 単純重ね継ぎ手の圧縮せん断

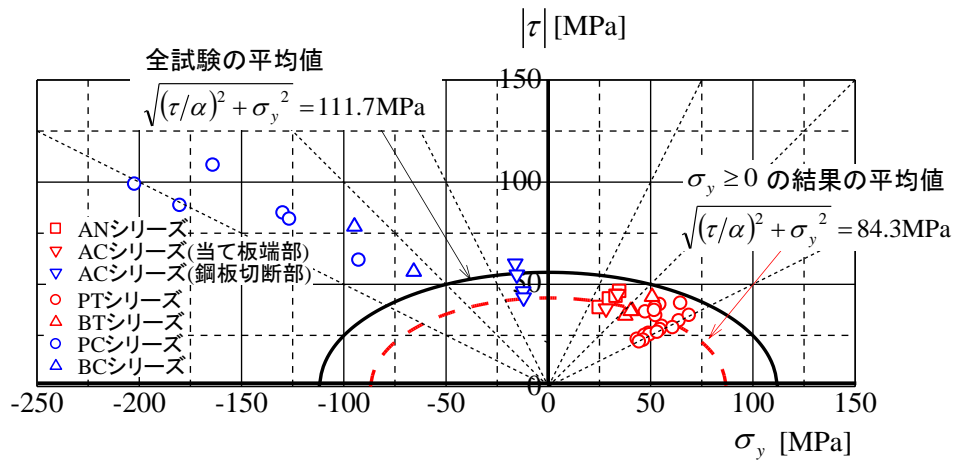
図 5.8 合成応力度に基づく包絡線



(a) 引張試験結果



(b) 曲げ試験結果



(c) 全試験結果

図 5.9 合成応力度による試験結果の評価

表 5.5 合成応力度  $\sqrt{(\tau/\alpha)^2 + \sigma_y^2}$  の平均，分散，標準偏差，変動係数

(a) 引張試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	90.5	51	7.1	0.08
$\sigma_y < 0$ の結果	103.3	176	13.3	0.13
全引張試験結果	95.6	140	11.8	0.12

(b) 曲げ試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	82.6	145	12.0	0.15
$\sigma_y < 0$ の結果	212.0	2640	51.4	0.24
全曲げ試験結果	117.1	4086	63.9	0.55

(c) 全試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	84.3	135	11.6	0.14
全試験結果	111.7	3186	56.4	0.51

$$\left. \begin{array}{ll} \sqrt{(\tau/\alpha)^2 + \sigma_y^2} & (\sigma_y \geq 0) \\ \sqrt{(\tau/\alpha)^2 + (\sigma_y/\beta)^2} & (\sigma_y < 0) \end{array} \right\} < \sigma_{ycr}^t \quad (5.9)$$

ここに，

$$\beta = \sigma_{ycr}^c / \sigma_{ycr}^t \quad (5.10)$$

$\sigma_{ycr}^t$  : 接着剤の引張はく離強度，

$\sigma_{ycr}^c$  : 接着剤の圧縮はく離強度．

Hashin らの破壊規準に基づく包絡線の形状を図 5.10 に示す．ただし，この図では全て

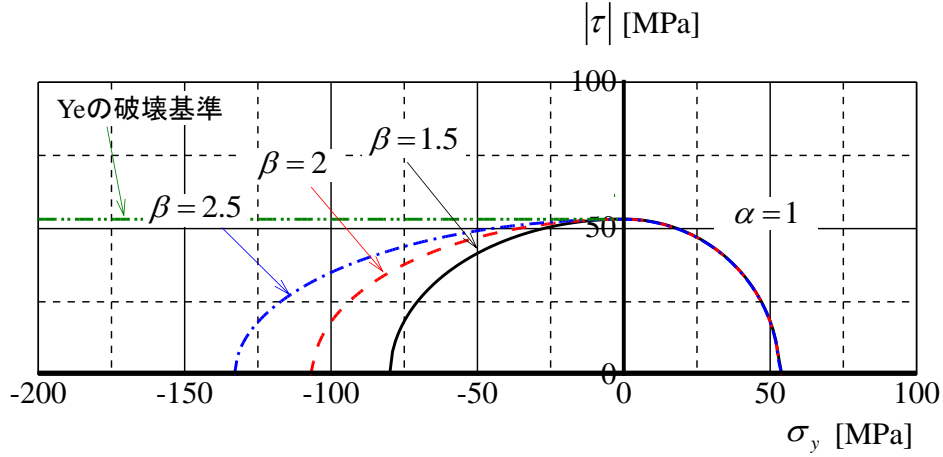


図 5.10 Hashin らの破壊規準に基づく包絡線

$\alpha = 1$ としている．図 5.10 に示すように，Hashin らの破壊規準に基づく破壊包絡線では，接着剤の引張強度に対する圧縮強度の比である  $\beta$  の値によって， $\sigma_y \leq 0$  の範囲の破壊包絡線の形状が変化する．

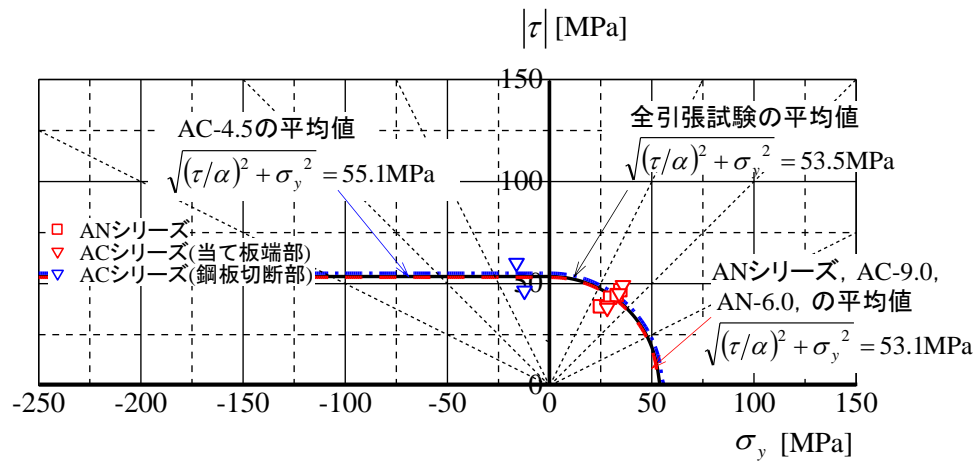
Ye は FRP 板の層間はく離の照査式として，接着剤の垂直応力が引張となる場合には式 (5.7) の合成応力度を用い，接着剤の垂直応力が圧縮となる場合にはせん断応力のみを用いてはく離を照査する方法を提案しており<sup>11)</sup>，次式で表わされる．

$$\begin{aligned} \sqrt{(\tau/\alpha)^2 + \sigma_y^2} &< \sigma_{ycr}^t & (\sigma_{ye} \geq 0) \\ \tau_e &< \tau_{cr} (= \sigma_{ycr}^t / \alpha) & (\sigma_{ye} < 0) \end{aligned} \quad (5.11)$$

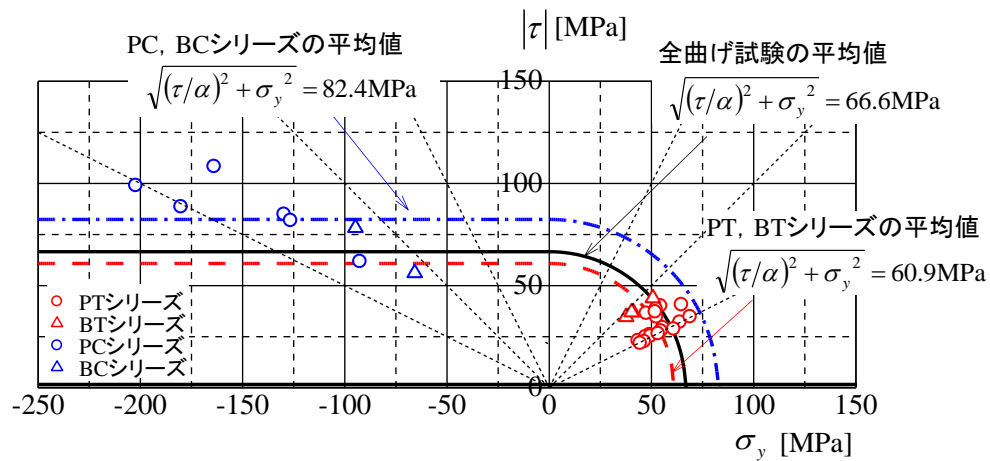
Hashin らの式(5.15)と Ye の式(5.17)を比較すると，Hashin らの式において接着剤の圧縮に対するはく離強度  $\sigma_{ycr}^c$  が引張に対するはく離強度  $\sigma_{ycr}^t$  に比べて非常に大きいとき ( $\beta \equiv \infty$ )，Hashin らの式と Ye の式が等しくなっていることがわかる．

Hashin らの破壊基準を用いて载荷試験の試験を評価した結果， $\alpha$  の値を変化させたときの標準偏差や変動係数の値の変化は非常に小さく， $\beta$  の値を大きくするほど標準偏差や変動係数の値が小さくなった．そのため，Hashin の破壊基準において  $\beta \equiv \infty$  のとき，すなわち Ye の破壊基準を用いて载荷試験の結果を評価した．

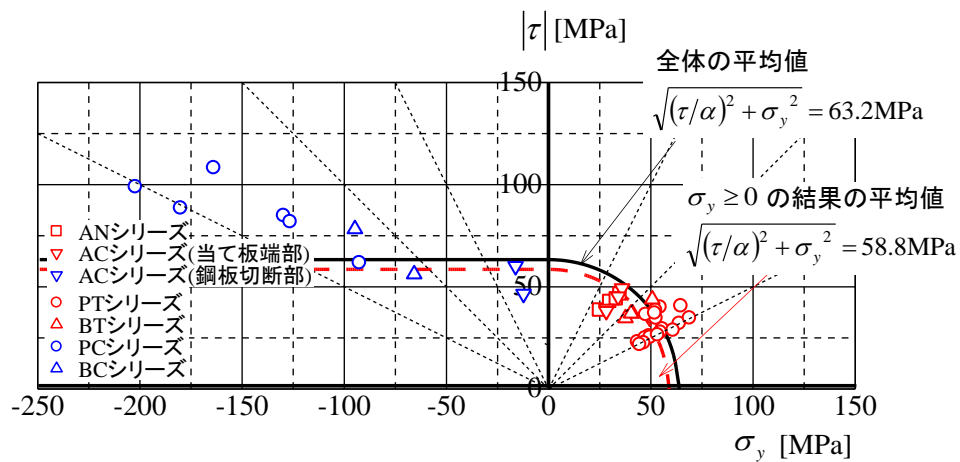
$\alpha = 1$  としたときの Ye の破壊規準に基づく包絡線と試験結果を図 5.11 に示している．図 5.11(a) から，引張試験の結果は全引張試験体から与えた包絡線と近くなっている．図 5.11(b) に示す曲げ試験の結果は，接着剤の垂直応力が圧縮となる領域では，包絡線と試験結果の違いが若干大きくなっているが，表 5.6(b) に示すように全曲げ試験結果を Ye の破壊基準で評価した場合の標準偏差や変動係数は，最大主応力で評価した場合と同程度に小さい．図 5.11(c) には全試験結果と Ye の破壊基準に基づく包絡線を示している．図 5.11(c) から，接着剤の垂直応力が圧縮となる試験結果は，接着剤の垂直応力が引張となる試験結果から与えた包絡線よりも上方にプロットされている．したがって，引張試験の結果から得られる接



(a) 引張試験結果



(b) 曲げ試験結果



(c) 全試験結果

図 5.11 Ye の破壊基準による試験結果の評価



表 5.6 Ye の破壊基準（式(5.11)）の平均，分散，標準偏差，変動係数

(a) 引張試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	53.1	26	5.1	0.10
$\sigma_y < 0$ の結果	55.1	50	7.1	0.13
全引張試験結果	53.5	32	5.6	0.11

(b) 曲げ試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	60.9	64	8.0	0.13
$\sigma_y < 0$ の結果	82.4	265	16.3	0.20
全曲げ試験結果	66.6	208	14.4	0.22

(c) 全試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	58.8	66	8.1	0.14
全試験結果	63.2	198	14.1	0.22

着剤の引張はく離強度から Ye の破壊基準を用いて，鋼部材切断縁からのはく離や鋼部材の曲げ圧縮側に接着された当て板のはく離を照査する場合には，安全側の照査になる．

## 5.7 エネルギー解放率による評価

ガラスやセラミックなどの脆性材料に対する破壊基準には破壊力学に基づくエネルギー解放率が用いられている．また，当て板接着に鋼部材の補強のガイドラインでも，はく離に対する照査方法として次式のエネルギー解放率を用いたはく離の照査方法が示されている<sup>4)</sup>．

$$G < G_{cr} \quad (5.12)$$

ここに,

$G_{cr}$  : 接着剤のはく離に対する破壊靱性.

当て板接着鋼部材に軸力および曲げモーメントが作用するときのエネルギー解放率の簡易な算出式としてそれぞれ次式が示されている<sup>4), 12), 13)</sup>.

$$G = \frac{P^2}{4bE_s} \left( \frac{1}{A_s} - \frac{1}{A_v} \right) \quad (5.13)$$

$$G = \frac{M_e^2}{2bE_s} \left( \frac{1}{I_s} - \frac{1}{I_v} \right) \quad (5.14)$$

式(5.13)および(5.14)は非常に簡易な式であり, 当て板のはく離をスクリーニング的に照査する方法として重宝されることが考えられる.

式(5.13)から, 当て板接着鋼部材に軸力が作用するときのエネルギー解放率の大きさは, 当て板接着部と無補強部の伸び剛性から決定されることがわかる. 同様に式(5.14)から, 曲げモーメントが作用するときのエネルギー解放率の大きさは, 当て板接着部と無補強部の曲げ剛性から決定されることがわかる. したがって, 接着する当て板の伸び剛性 $E_s A_v$ および曲げ剛性 $E_s I_v$ が大きくなると, 小さい作用荷重でエネルギー解放率はその限界値に達する.

一方, 式(5.13)および(5.14)では, モードⅠ, モードⅡのエネルギー解放率を別々に算出することができない. そのため, 図 5.12 の(a), (b)に示すように, はく離のモードが明らかに異なる場合にはエネルギー解放率を算出できない可能性がある. そこで本研究では, はく離が微小面積だけ増加するときの接着剤のひずみエネルギーの変化率から, エネルギー解放率を次式のように求め, 式(5.12)の照査に用いる. ただし, モードⅢのエネルギー解放率は0としている.

$$G = G_I + G_{II} \quad (5.15)$$

ここに,

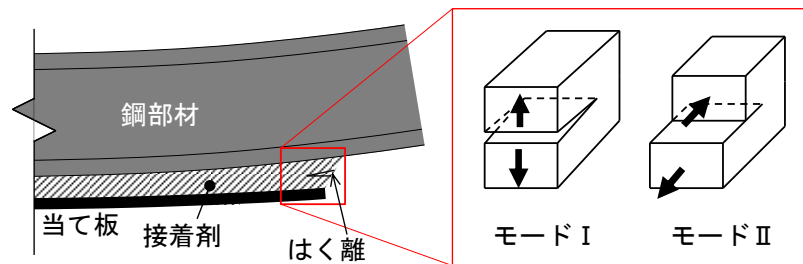
$$G_I = \lim_{\delta_{cr} \rightarrow 0} \frac{\delta U_I}{b_p \delta_{cr}} = \begin{cases} \frac{h}{2E_e} \overline{\sigma_{ye}}^2 & (\overline{\sigma_{ye}} \geq 0) \\ 0 & (\overline{\sigma_{ye}} < 0) \end{cases} \quad (5.16)$$

$$G_{II} = \lim_{\delta_{cr} \rightarrow 0} \frac{\delta U_{II}}{b_p \delta_{cr}} = \frac{h}{2G_e} \overline{\tau_e}^2 \quad (5.17)$$

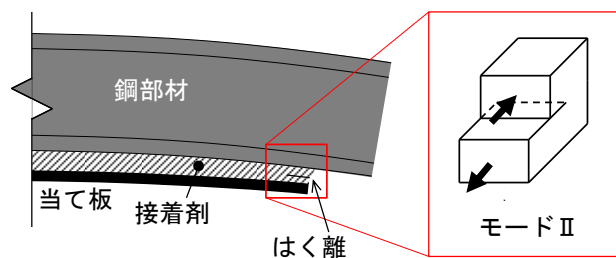
$U_I$  : 接着剤の垂直応力によるひずみエネルギー,

$U_{II}$  : 接着剤のせん断応力によるひずみエネルギー.

式(5.15)～(5.17)の導出過程は付録に示している. 式(5.16)に示すモードⅠのエネルギー解放率は, 接着剤に生じる垂直応力が圧縮となる場合には0となる. 式(5.15)を用いて算出したエネルギー解放率は, 式(5.13)および(5.14)から算出されるエネルギー解放率よりも, FEM



(a) 当て板が鋼部材の引張側に接着されている場合



(b) 当て板が鋼部材の圧縮側に接着されている場合

図 5.12 はく離のモード

解析で求められるエネルギー解放率に近い値となる．FEM 解析，式(5.13)～(5.15)からそれぞれ求められるエネルギー解放率の違いについても付録で検証している．

図 5.13 にエネルギー解放率による破壊包絡線を示している．エネルギー解放率による破壊包絡線は，接着剤に生じる垂直応力が正および負の領域で破壊包絡線が異なっており，接着剤に生じる垂直応力が圧縮 ( $\sigma_y < 0$ ) となる範囲ではせん断応力の値のみではく離が決定される．接着剤の材料と厚さが同じであれば，当て板がはく離するときのエネルギー解放率が高いほど，破壊包絡線は原点から遠くなる．

図 5.13(a)からわかるように，引張試験の結果は全引張試験の平均値から与えられる破壊包絡線とほぼ一致している．一方，図 5.13(b)の曲げ試験の結果は，接着剤の垂直応力が引張および圧縮となる場合で包絡線が異なっており，接着剤の垂直応力が圧縮となる領域 ( $\sigma_y < 0$ ) では，垂直応力の絶対値が大きくなるほど包絡線と試験結果の違いが大きくなっている．

エネルギー解放率は他の破壊基準と単位が異なるため，式(5.15)を用いて算出したエネルギー解放率の標準偏差および変動係数は他の破壊基準と直接比較できない．そこで，前節で示す Ye らの式において  $\alpha = \sqrt{G_e/E_e}$  とすることで，エネルギー解放率による照査式を応力の単位で表わし，標準偏差および変動係数を求めた．表 5.7(b)に示すように，全曲げ試験結果をエネルギー解放率を用いて評価した場合には変動係数が若干大きく 0.35 となっている．図 5.13(c)に示す全試験結果から，Ye の破壊基準と同様に，接着剤の垂直応力が圧縮となる試験結果は，接着剤の垂直応力が引張となる試験結果から与えた包絡線よりも上方に

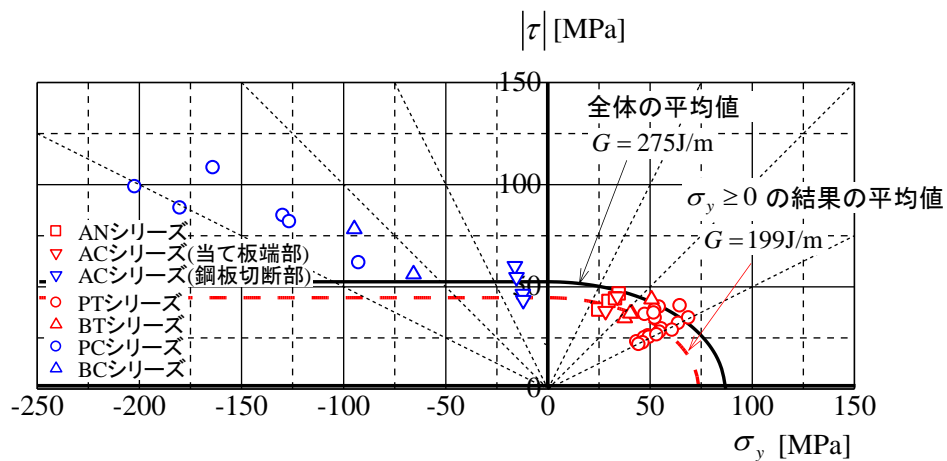
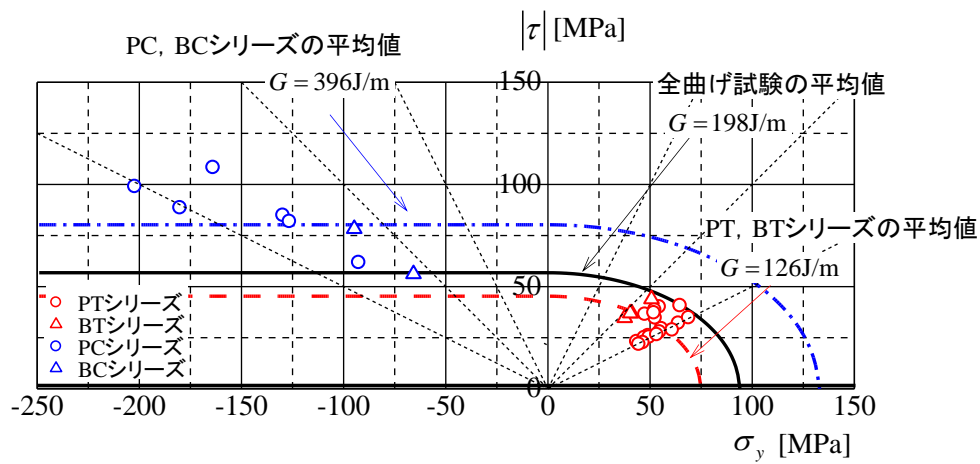
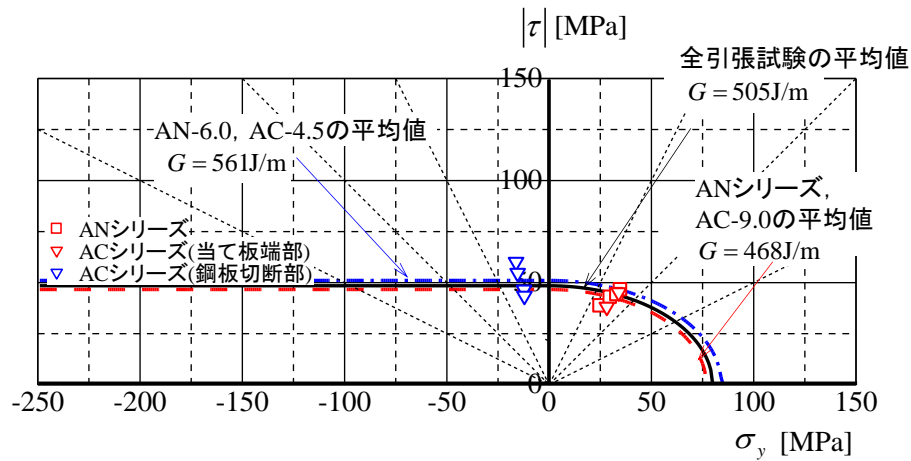


図 5.13 エネルギー解放率による試験結果の評価

表 5.7 エネルギー解放率の平均，分散，標準偏差，変動係数

(a) 引張試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	77.4	51	7.1	0.09
$\sigma_y < 0$ の結果	89.0	130	11.4	0.13
全引張試験結果	79.7	88	9.4	0.12

(b) 曲げ試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	74.1	104	10.2	0.14
$\sigma_y < 0$ の結果	135.9	721	26.8	0.20
全曲げ試験結果	90.6	1014	31.8	0.35

(c) 全試験結果

	平均[MPa]	分散	標準偏差[MPa]	変動係数
$\sigma_y \geq 0$ の結果	75.0	92	9.6	0.13
全試験結果	87.8	805	28.4	0.32

プロットされている。したがって，引張試験の結果から得られる接着剤のはく離に対する破壊靱性を用いて，鋼部材切断縁からのはく離や鋼部材の曲げ圧縮側に接着された当て板のはく離を照査する場合には，安全側の照査になる。

## 5.8 CFRP 板のはく離の評価

5.1～5.7 節では，接着剤 A を用いて接着した鋼板のはく離に対する破壊基準を検討した。本節では，同じのはく離基準を用いて接着剤 B を用いて接着した CFRP 板のはく離に対する評価が可能か検討する。

文献 14)では，接着剤 B を用いて CFRP 板を母材鋼板に接着し，図 4.6 と同じ条件で曲げ

試験を行っている。母材には幅 50mm，厚さ 12mm，弾性係数 202GPa の鋼板を用い，当て板には幅 50mm，厚さ 2.7mm，弾性係数 332GPa の CFRP 板を用いている。接着剤の平均厚さは 0.9mm である。この文献では，当て板を母材鋼板の引張側および圧縮側に接着して曲げ試験を行い，当て板がはく離したときの荷重を比較している。

当て板がはく離したときの接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の高精度解を図 5.14 にプロットしている。母材鋼板の引張側に当て板を接着した試験の結果は  $\sigma_y \geq 0$  の範囲にプロットされており，母材鋼板の圧縮側に当て板を接着した試験の結果は  $\sigma_y < 0$  の範囲にプロットされている。また破壊基準として，最大せん断応力，クーロンの破壊規準，最大主応力，ミーゼス応力， $Y_e$  の破壊規準に基づく破壊包絡線を示している。また，それぞれの破壊基準に対する平均値，分散，標準偏差および変動係数を表 5.8 に示している。

図 5.14 からわかるように，当て板がはく離したときのせん断応力と垂直応力の関係は，クーロンの破壊規準と最大主応力に基づく破壊包絡線とほぼ一致しており，表 5.8 に示す標準偏差や変動係数の値も他の破壊基準に比べて小さくなっている。

表 5.8 各破壊基準の平均，分散，標準偏差，変動係数

	平均	分散	標準偏差	変動係数
最大せん断応力	19.2	79.5	8.91	0.46
クーロンの破壊規準	16.2	4.27	2.07	0.13
最大主応力	18.0	5.54	2.35	0.13
ミーゼス応力	37.3	298.7	17.3	0.46
$Y_e$ の破壊規準	21.2	51.9	7.20	0.34
エネルギー解放率	32.3	174.3	13.2	0.41

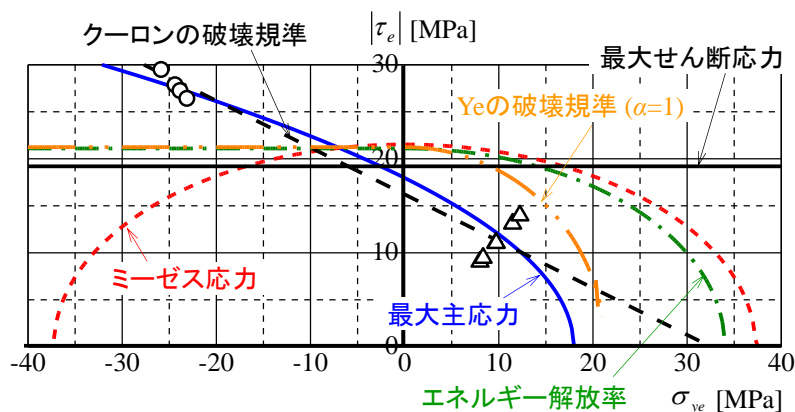


図 5.14 CFRP 板接着鋼板の曲げ試験の結果と包絡線

以上のように、はく離の破壊基準として、接着剤に生じる最大せん断応力、クーロンの破壊基準、接着剤に生じる主応力、接着剤に生じるミーゼス応力、合成応力度、 $Y_e$ らの破壊基準およびエネルギー解放率を比較した。その結果、軸力を受ける鋼部材に接着された当て板のはく離の照査では、クーロンの破壊基準を除くどの照査式を用いてもはく離の照査が可能と考えられる。

一方、曲げモーメントを受ける鋼部材に接着された当て板のはく離の照査では、クーロンの破壊基準、接着剤の最大主応力が標準偏差や変動係数が小さくなった。このうち、クーロンの破壊基準では、接着剤の材料定数を2つ含んでいるため、接着剤のはく離強度を調べるために複数種類の材料試験を行う必要がある。接着剤の最大主応力を用いる場合には、当て板接着鋼板の引張試験から主応力に対するはく離強度を求め、様々な寸法、あるいは荷重条件の当て板のはく離を照査することができると考えられる。

#### 【参考文献】

- 1) 大倉一郎, 福井唯夫, 中村圭吾, 松上泰三: 炭素繊維シートによる鋼板応力の低下とはく離せん断応力, 土木学会論文集, No.689, I-57, pp.239-249, 2001.
- 2) Bocciarelli, M., Colombi, P., Fava, G. and Poggi, C.: Prediction of debonding strength of tensile steel/CFRP joints using fracture mechanics and stress based criteria, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.76, pp.299-313, 2009.
- 3) 日本道路協会: 道路橋示方書 (I 共通編・II 鋼橋編)・同解説, 丸善, p.135, 2012.
- 4) Cadei, J.M.C., Strafford, T.J., Hollaway, L.C. and Duckett, W.G.: Strengthening metallic structures using externally bonded fibre-reinforced polymers, CIRIA, C595, 2004.
- 5) National Research Council: Guidelines for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures, CNR-DT 202, 2007.
- 6) Schnerch, D., Dawood, M. Rizkalla, S. and Sumner, E.: Proposed design guidelines for strengthening of steel bridges with FRP materials, *Construction and Building Materials*, Vol.21, pp.1001-1010, 2007.
- 7) 金子堅司, 奈良橋一也: 複合応力下の接着強度評価基準に関する研究, 日本機械学会論文集(A編), 73巻726号, pp.21-28, 2007.
- 8) 山田 稔, 長嶋文雄, 白石泰隆: 接着剤の破壊様式を考慮したせん断接着強さに関する一検討, 鋼構造年次論文報告集, 第17巻, pp.667-672, 2009.
- 9) Linghoff, D., Haghani, R. and Al-Emrani, M.: Carbon-fibre composites for strengthening steel structures, *Thin-Walled Structures*, Vol.47, pp.1048-1058, 2009.
- 10) Hashin, Z. and Rotem, A.: A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials, *Journal of Composite Materials*, Vol.7, pp.448-464, 1973.
- 11) Ye, L.: Role of matrix resin in delamination onset growth in composite laminates, *Composite*

*Science and Technology*, Vol.33, pp.252-277, 1988.

- 12) Bocciarelli, M., Colombi, P., Fava, G. and Poggi, C.: Prediction of debonding strength of tensile steel/CFRP joints using fracture mechanics and stress based criteria, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.76, pp.299-313, 2009.
- 13) Colombi, P.: Reinforcement delamination of metallic beams strengthened by FRP strips: Fracture mechanics based approach, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.73, pp.1980-1995, 2006.
- 14) 坂野亮太, 青木康素, 石川敏之, 河野広隆, 足立幸郎: 養生時に高温を受けた当て板接着鋼板のはく離強度, 構造工学論文集, Vol.59A, pp.657-664, 2013.





## 第6章 当て板のはく離抑制工法

第2章、第3章でも示したように、当て板接着補強では、外力が作用したときに当て板端部近傍の接着剤に高いせん断応力と垂直応力が生じるため、作用荷重によっては当て板がはく離する可能性がある。これまでの研究で図 1.2～1.4 に示したような、当て板端部付近のディテールを変化させることによって接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を低減し、当て板のはく離を抑制する方法がいくつか提案されている。

図 1.3(a)～(c)で示した、当て板端部のテーパ処理、リバーステーパ処理、接着剤端部のフィレット処理のように、当て板や接着剤の断面積が連続的に変化する場合には第2章、第3章に示したような理論解析から接着剤に生じるせん断応力や垂直応力の低減効果を定式化することが困難となる。これらのはく離抑制工法に対してはFEM解析を用いてはく離抑制効果を検証する。図 1.3(d)に示す接着剤端部に低弾性接着剤を用いることによる接着剤のせん断応力および垂直応力の低減効果は、第2章、第3章の理論解析に境界条件を与えることによって求めることができる。これまでに、当て板端部付近に低弾性の接着剤を用いることによる、接着剤のせん断応力の低減効果が示されているが、垂直応力については示されていない。6.1.2 では高精度解法を用いて、接着剤に生じるせん断応力および垂直応力の低減効果を示す。また、図 1.4(a)に示す当て板の段差状接着に対して、理論解析から各層の接着剤に生じるせん断応力の合理的な決定方法を簡易に求める方法を示し、高精度解より得られるせん断応力と比較する。さらに、その解を用いた、各段差部分の長さの合理的な決定方法を示す。当て板に緊張力を導入して鋼部材に接着する場合には、図 1.4(b)に示すように、当て板端部に緊張力を導入しない範囲を設けることによるはく離抑制工法が提案されているが、鋼部材が曲げモーメントを受ける場合に対しては、はく離荷重の向上効果は検証されていない。6.3 節では、鋼部材が曲げモーメントを受ける場合に対して、当て板端部に非緊張部を設けることによるはく離荷重の向上効果を示す。

### 6.1 既往のはく離抑制工法

#### 6.1.1 当て板端部のテーパ，リバーステーパ処理

当て板接着鋼部材が外力を受けるとき、当て板の端部では鋼部材から当て板に応力が伝達されることによって、接着剤に高いせん断応力や垂直応力が生じる。そこで、当て板への応力の伝達を緩やかにするために、当て板の端部をテーパ状に加工して接着する方法

表 6.1 引張試験に用いた鋼部材、当て板、接着剤の寸法と材料定数

	幅[mm]	厚さ[mm]	弾性係数[GPa]	せん断弾性係数[GPa]
母材鋼板	50	9	200	—
当て板	50	1.2	300	—
接着剤	50	0.4	2.61	0.97

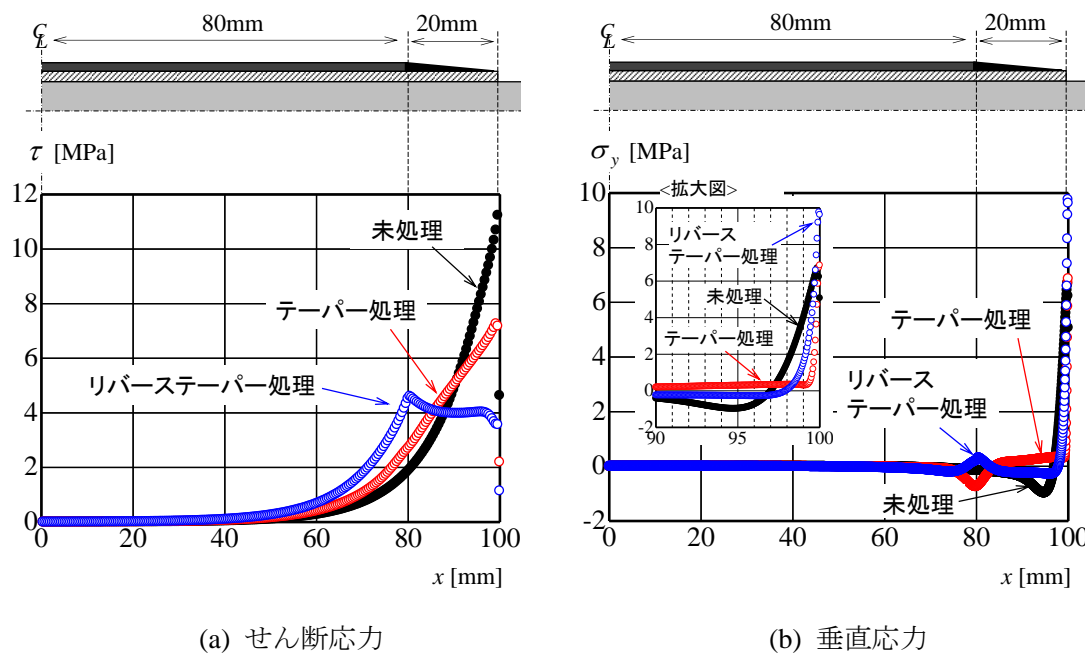


図 6.1 当て板端部をテーパー処理したときの接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

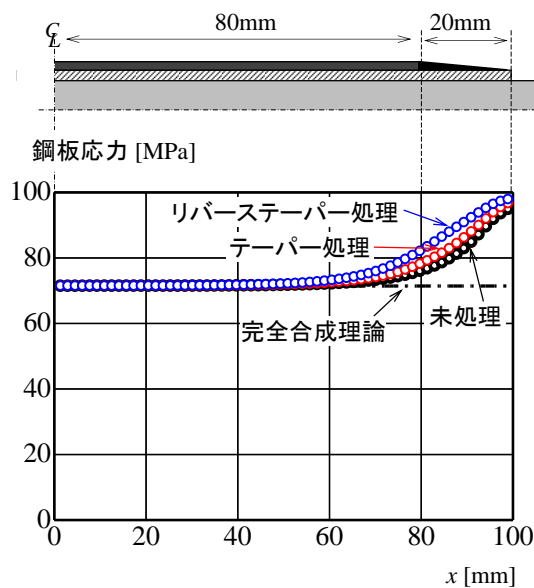


図 6.2 当て板端部をテーパー処理したときの母材鋼板の図心位置に生じる応力

が提案されている<sup>4), 6)-9)</sup>。施工前にあらかじめ工場等で当て板の端部をテーパー状に機械加工しておくことで、施工現場での作業を増やすことなくはく離を抑制することができる。

端部をテーパー処理した当て板の接着方法は、図 1.3(a)のように接着剤の厚さが一定になるように接着する方法と、図 1.3(b)のように当て板の端部に近づくほど接着剤の厚さが大きくなる接着方法（リバーステーパー処理工法）がある。

端部をテーパー処理およびリバーステーパー処理した当て板を鋼板の両面に接着し、軸

力 45kN が作用することによって鋼板に生じる応力、接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を図 6.1 に示す。鋼板、当て板および接着剤の寸法と材料定数には表 6.1 に示す値を用い、テーパ処理部分の長さは 20mm(=l/5)としている。また、比較として当て板端部をテーパ処理しないときのせん断応力と垂直応力も示している。図 6.1(a)から、当て板端部をテーパ状に加工することによって、テーパ処理しない場合よりも当て板端部直近に生じるせん断応力の最大値が低減していることがわかる。また、リバーステーパ処理の方がテーパ処理よりも接着剤に生じるせん断応力が低下していることがわかる。一方、図 6.1(b)に示す接着剤に生じる垂直応力は、テーパ処理、リバーステーパ処理を行っても低減効果はほとんどみられない。図 6.2 には母材鋼板図心位置に生じる応力を示している。当て板端部をテーパ処理した場合には、当て板端部で鋼板から当て板への応力の伝達が緩やかになるため、鋼板の応力が完全合成理論の値となるまでの長さが若干長くなる。

### 6.1.2 接着剤端部のフィレット処理

当て板端部のテーパ処理と同様に、当て板への応力の伝達をスムーズにする方法として、図 1.3(c)に示すように、接着剤の端部を隅肉状にフィレット処理する方法も提案されている<sup>6), 7)</sup>。この方法は、事前に特別な準備や追加の手間を必要としないはく離抑制工法である。

鋼板の両面に当て板を接着し、接着剤の端部をフィレット処理した場合に、軸力 45kN が作用することによって接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を FEM 解析より求めた。鋼部材、当て板および接着剤の寸法と材料定数には表 6.1 と同じ値を用い、フィレット処理の角度は 45° とした。

図 6.3 に接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を示す。また、比較として当て板端部をフ

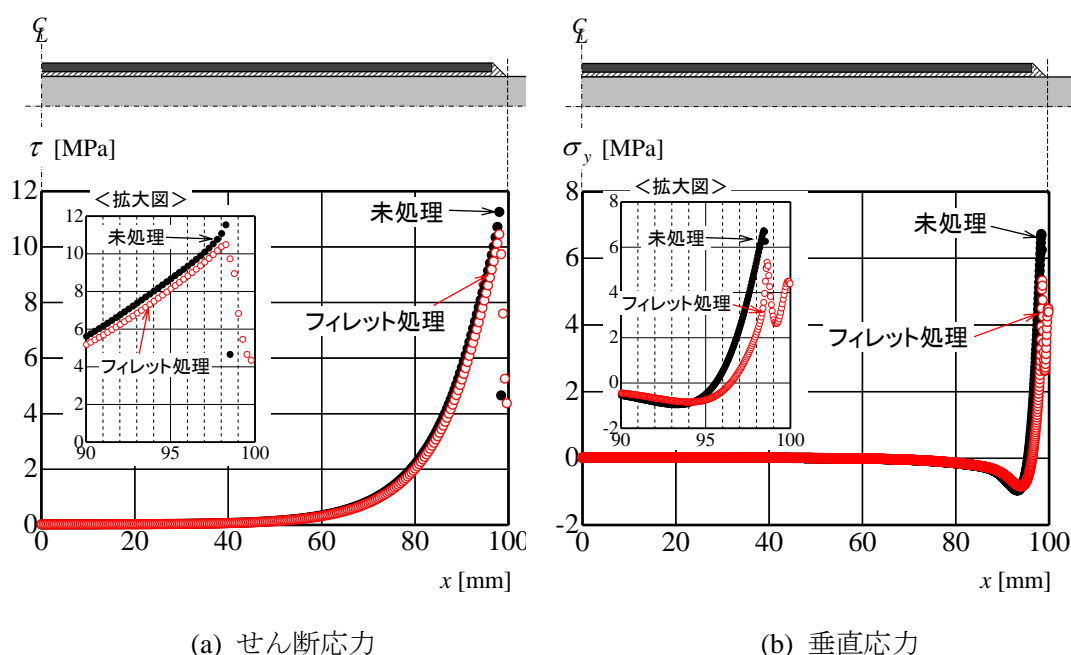


図 6.3 接着剤端部をフィレット処理したときの接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

ィレット処理しないときのせん断応力と垂直応力も示している．図 6.3(a), (b)の拡大図からわかるように，接着剤の端部をフィレット状に仕上げることによって，接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の最大値が若干小さくなる．フィレット処理による，接着剤のせん断応力や垂直応力の低減率は，1～2 割程度であるが，施工時に付加的な作業がほとんどないことを考慮すると，接着剤の端部は常にフィレット状に仕上げるのが望ましいと考えられる．

### 6.1.3 当て板端部付近への低弾性接着剤の使用

鋼部材や当て板の寸法が一定の場合，弾性係数およびせん断弾性係数が小さい接着剤を用いることによって，せん断応力や垂直応力の値を小さくすることができる．一方で，接着剤の弾性係数とせん断弾性係数を小さくすると，接着剤の変形が大きくなるため，当て板への応力の伝達が十分に行われないので，鋼板の応力が完全合成断面の値まで低減するための定着長が長くなる．

そこで，図 1.3(d)に示すように当て板端部付近のみに弾性係数やせん断弾性係数が小さい接着剤を用いることで，当て板端部の接着剤に生じるせん断応力を低減する方法が提案されている<sup>3), 5), 10)</sup>．文献 5)では，軸力を受ける鋼部材の両面に当て板を接着した場合に対して，当て板端部付近に低弾性の接着剤を用いることによるせん断応力の低減効果を，第 2 章の近似解と同様の方法を用いて導出している．本節では，第 2 章の高精度解の方法を利用し，これまで明らかにされてこなかった接着剤に生じる垂直応力に対する低減効果の算出方法も併せて示す．

図 6.4 に示すように，軸力を受ける鋼部材に左右対称に両面に当て板が接着されているとき，2.3 節の式(2.78)～(2.82)で示したひずみに関する連立微分方程式の高精度解法を用いて，接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を算出する．当て板端部から  $l_B$  の範囲にわたって低弾性の接着剤を用いるとき， $0 \leq x \leq l_A$  の範囲および，低弾性の接着剤を用いる範囲 ( $l_A \leq x \leq l$ ) に対して，それぞれ式(2.69)で示した鋼板，当て板および接着剤のひずみに関する連立微分方程式が成り立つ．

式(2.70)および式(2.79)の代わりに次式を用いて，式(2.78)の鋼部材，当て板および接着剤に生じるベクトルの一般解を拡張する．

$$\mathbf{\varepsilon}(x) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{sN}(x) & \varepsilon_{pN}(x) & \gamma_p(x) & \varepsilon_{pM}(x) & \varepsilon_{ey}(x) & \gamma_e(x) & \varepsilon_{ey}(x) \\ \varepsilon_{sBN}(x) & \varepsilon_{pBN}(x) & \gamma_{pB}(x) & \varepsilon_{pBM}(x) & \varepsilon_{eyB}(x) & \gamma_{eB}(x) & \varepsilon_{eyB}(x) \end{bmatrix}^T \quad (6.1)$$

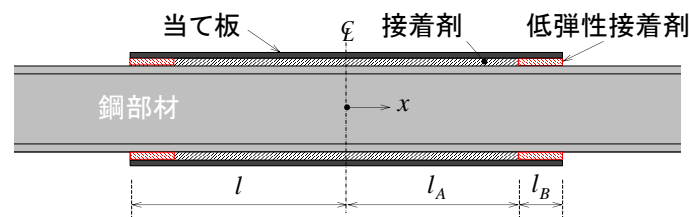


図 6.4 端部に低弾性の接着剤を用いた当て板接着鋼部材

$$Y(x) = \begin{pmatrix} Y_n(x) & 0 \\ 0 & Y_B(x) \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

$$Y_n(x) = T e^{\Lambda x} T^{-1} \quad (6.3)$$

$$Y_B(x) = T_B e_B^{\Lambda x} T_B^{-1} \quad (6.4)$$

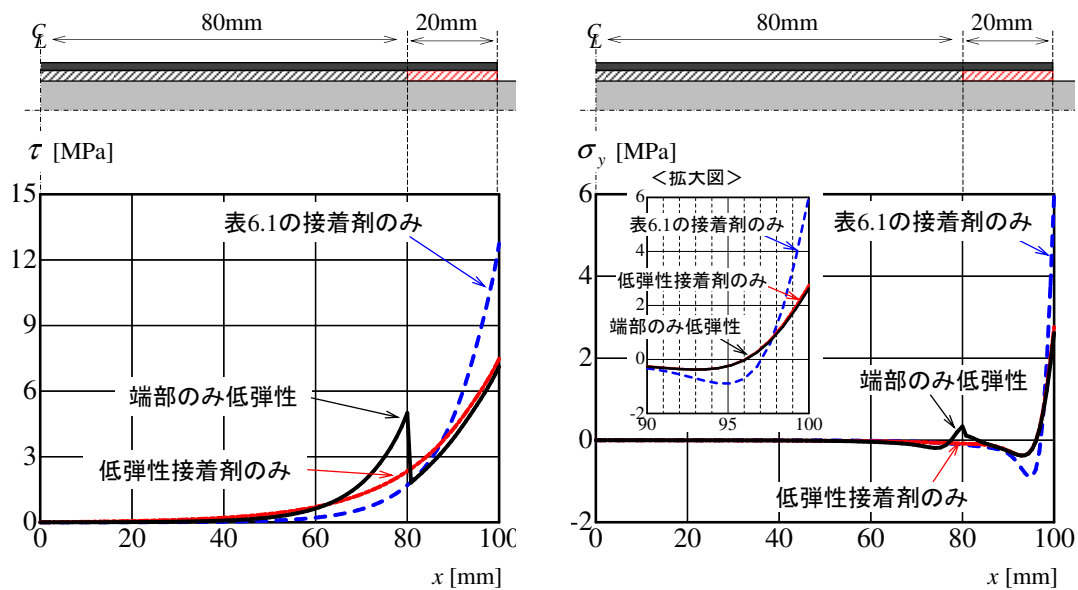
$$T_B = [\mathbf{a}_8 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_{14}] \quad (6.5)$$

$$e_B^{\Lambda x} = \begin{pmatrix} e^{\lambda_8 x} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{\lambda_{14} x} \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

- $\varepsilon_{sBN}(x)$  : 低弾性接着剤使用部の鋼部材に生じる軸力によるひずみ,  
 $\varepsilon_{pBN}(x)$  : 低弾性接着剤使用部の当て板に生じる軸力によるひずみ,  
 $\gamma_{pB}(x)$  : 低弾性接着剤使用部の当て板に生じるせん断力によるひずみ,  
 $\varepsilon_{pBM}(x)$  : 低弾性接着剤使用部の当て板に生じる曲げモーメントによるひずみ,  
 $\varepsilon_{eyB}(x)$  : 低弾性接着剤使用部の接着剤の垂直ひずみ,  
 $\gamma_{eB}(x)$  : 低弾性接着剤使用部の接着剤のせん断ひずみ,  
 $A_{pB}'$  : 低弾性接着剤使用部の当て板のせん断有効断面積,  
 $\lambda_8 \sim \lambda_{14}$  : 低弾性接着剤使用部の係数行列の 8～14 番目の固有値,  
 $\mathbf{a}_8 \sim \mathbf{a}_{14}$  : 係数行列  $A_a$  の 8～14 番目の固有値に属する固有ベクトル.

当て板端部で鋼部材のひずみが  $P/(E_s A_s)$  となる条件, 当て板の軸力, せん断力および曲げモーメントによるひずみが 0 となる条件,  $x = l_A$  で鋼部材, 当て板, 接着剤の全てのひずみが連続する条件, 当て板中央で当て板のせん断力, たわみ角および接着剤のせん断ひずみが 0 となる条件から, 未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  を構成する行列  $\mathbf{Y}_0$  およびベクトル  $\mathbf{\varepsilon}_0$  は次式となる.

$$Y_0 = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} Y_B(l)_{11} & \cdots & Y_B(l)_{17} & & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & & \\ Y_B(l)_{41} & \cdots & Y_B(l)_{47} & & & \\ \hline Y_B(l_A)_{11} & \cdots & Y_B(l_A)_{17} & -Y_n(l_A)_{11} & \cdots & -Y_n(l_A)_{17} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_B(l_A)_{71} & \cdots & Y_B(l_A)_{77} & -Y_n(l_A)_{71} & \cdots & -Y_n(l_A)_{77} \\ \hline & & & Y_n(0)_{31} & \cdots & Y_n(0)_{37} \\ & & & Y_n(0)_{61} & \cdots & Y_n(0)_{67} \\ & & & Y_n(0)_{71} & \cdots & Y_n(0)_{77} \end{array} \right] \quad (6.7)$$



(a) せん断応力

(b) 垂直応力

図 6.5 当て板端部付近に低弾性接着剤を用いたときの  
接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{bmatrix} P/(E_s A_s) & \mathbf{0}^T \\ 14 \times 1 & 13 \times 1 \end{bmatrix}^T \quad (6.8)$$

式(6.7), (6.8)を式(2.82)に代入することによって接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の高精度解が得られる。

図 6.4 に示すように、当て板端部付近に弾性係数 0.87GPa、せん断弾性係数 0.37GPa の低弾性接着剤を用いた当て板接着鋼部材に、軸力 45kN が作用したときの接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を図 6.5 に示す。鋼部材、当て板および接着剤は表 6.1 と同じ値を用いた。また、図 6.5 には、比較として表 6.1 の接着剤のみを用いた場合と低弾性接着剤のみを用いた場合のせん断応力と垂直応力も示している。図 6.5(a), (b)から、当て板端部付近に低弾性の接着剤を用いることによって、接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の最大値が低減していることがわかる。また、当て板端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の値は低弾性の接着剤のみを用いた場合と同程度となっている。

#### 6.1.4 接着剤の最大主応力を用いたはく離荷重向上効果の比較

第 5 章において、接着剤に生じる最大主応力がある値に達したときに当て板がはく離することがわかった。このことから、それぞれのはく離抑制工法を用いた場合の、当て板端部の位置の接着剤の最大主応力を求め、はく離荷重の向上効果を求めた。図 6.6 は、6.1.1～6.1.3 のはく離抑制工法を用いることによる接着剤の最大主応力の低減率を示している。今回の計算例では、当て板端部をテーパ処理した場合と、当て板端部付近に低弾性の接着剤を用いた場合に、接着剤の最大主応力が大きく低減し、はく離抑制工法を用いない場

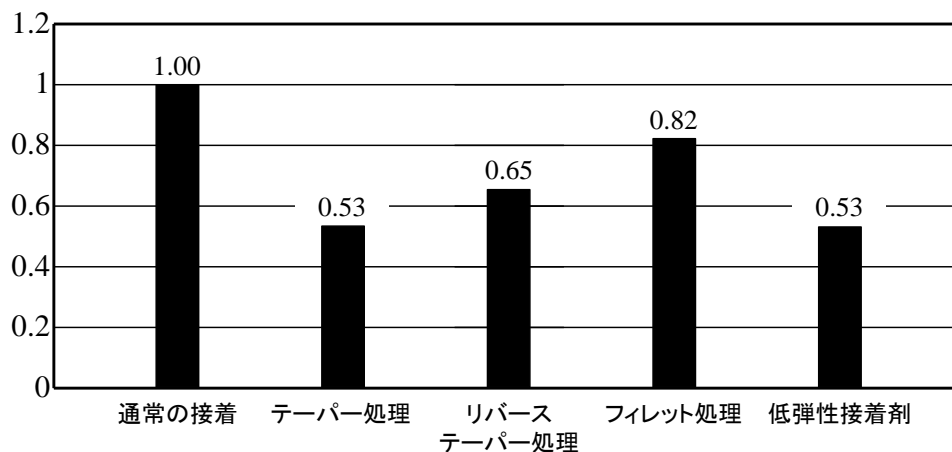


図 6.6 はく離抑制工法を用いることによる接着剤の最大主応力の低減率

合の半分程度となった。すなわち、接着剤の最大主応力がある値に達したときに当て板がはく離すると考えると、これらのはく離抑制工法を用いることによって、はく離荷重が約 1.89 倍となる。リバーステーパー処理は、図 6.1(a)において接着剤のせん断応力の低減効果はテーパー処理よりも大きい。図 6.1(b)に示す接着剤の垂直応力は当て板端部を処理しない場合よりも大きくなった。そのため、接着剤の最大主応力はテーパー処理よりも大きくなった。接着剤端部のフィレット処理は、本節で検討したはく離抑制工法の中で最も最大主応力の低減効果が小さかった。ただし、フィレット処理には付加的なコストや手間等がほとんど必要ないことからはく離抑制工法として有効であると考えられる。

## 6.2 当て板段差状接着の段差長の最適化

### 6.2.1 提案工法の概要

損傷が著しい鋼部材に対して当て板接着補強を行う際や、鋼部材の耐荷性能や曲げ剛性を大きく向上させる必要がある場合には、当て板を複数枚重ねて接着して補強する方法が行われる。しかし、複数枚の当て板の端部を重ねて接着する場合、最下層の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力が大きくなるため、小さな外力で当て板がはく離する。そこで図 1.4(a)に示すように、当て板を複数枚重ねて接着する場合には、当て板端部が段差状になるように各層の当て板の端部をずらして接着することによって、はく離荷重を当て板が 1 枚のみ接着されているときのそれまで改善できることが示されている<sup>4), 14)-19)</sup>。

当て板を段差状に接着するときの各段差の長さとして、当て板の端部を 25mm ずつずらして接着する方法が提案されている<sup>19)</sup>。しかし、鋼部材、当て板、接着剤の寸法や材料定数が異なると、当て板への応力の伝達が変化するため、25mm の段差長が常に適切か不明である。一方、文献 18)では、各段差の長さの決定方法として、各段差内で鋼部材に生じる応力が完全合成理論の値に収束する長さとすることを提案している。さらにこの文献では、各層と最下層の接着剤に生じるせん断応力を比較することで、2 層目以降の複数枚の当て



板の端部を重ねて接着できる条件を示している。

他方、各段差端部の接着剤に生じるせん断応力が収束するための長さは、文献 18)で示されている各段差内で鋼部材の応力が収束する長さよりも短い。したがって、各段差端部の接着剤に生じるせん断応力が収束する長さから、各段差の長さを決定することによって、当て板のはく離を抑制することができ、さらに文献 18)の方法よりも各段差の長さを短くできると考えられる。

本節では、軸力を受ける鋼部材に当て板を段差状に複数枚接着する場合を対象に、当て板の総延長が最も短くなる各段差長の決定方法を示す。

### 6.2.2 段差長の決定方法

図 6.10 に示すように、軸力を受ける鋼部材の両面に当て板を段差状に  $N$  層接着するとき、各段差内で鋼板応力が完全合成理論の値に収束する長さから、次式を用いて  $i$  段目の段差長  $l_i$  を決定する方法が提案されている<sup>18)</sup>。

$$l_i \geq \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^i (D_j/D_i)}}{c_{ai}'} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{\eta_i - 1} \cdot \frac{2FE_p t_p}{E_s t_{vi}} \right) \quad (6.9)$$

$$c_{ai}' = \sqrt{\frac{G_{ei}}{h_{vi}}} \sqrt{\frac{2}{1 - \xi_i}} \sqrt{\frac{F}{E_s t_{vi}}} \quad (6.10)$$

$$h_{vi} = h_i + \sum_{j=1}^{i-1} \left( \frac{h_j G_{ei}}{G_{ej}} \right) \quad (6.11)$$

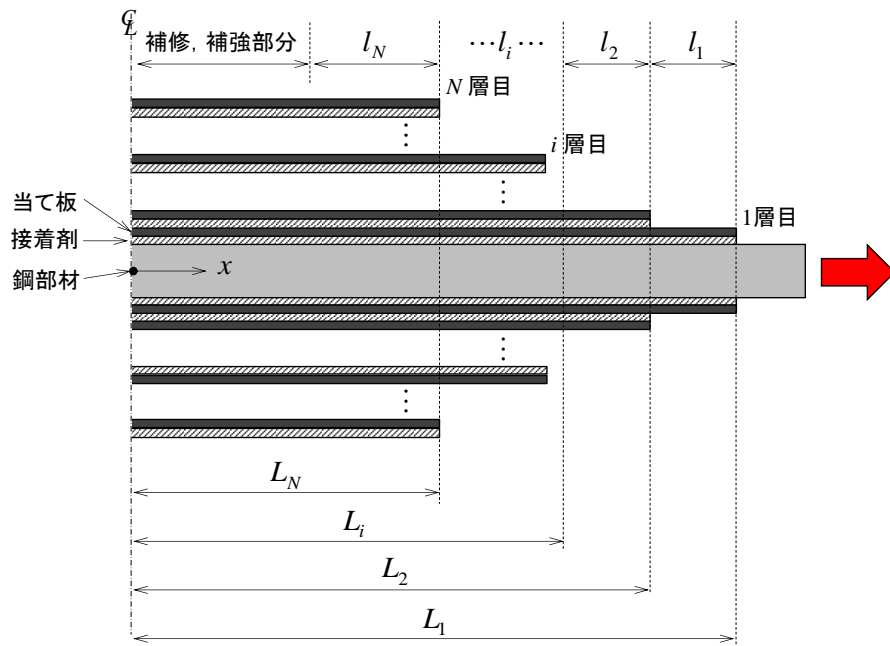


図 6.7 当て板が  $N$  層接着された鋼部材と各段差長

$$t_{vi} = t_s \left\{ 1 + 2 \frac{(i-1)FE_p t_p}{E_s t_s} \right\} \quad (6.12)$$

$$\xi_i = \frac{1}{1 + 2FE_p t_p / (E_s t_{vi})} \quad (6.13)$$

$$D_i = \frac{h_i}{h_1} \cdot \frac{G_{e1}}{G_{ei}} \quad (6.14)$$

$$F = \frac{b_p}{b_s} \quad (6.15)$$

$b_s$  : 鋼部材の幅 ( $b_s \geq b_p$ )  
 $h_i, G_{ei}$  :  $i$  層目の接着剤の厚さとせん断弾性係数,  
 $\eta_i$  :  $i$  層目の当て板の左端の位置の鋼部材の応力が完全合成理論に収束する精度.

各段差の長さが式(6.9)を満たすとき,  $i$  層目の接着剤の端部に生じるせん断応力  $\tau_{ie}$  は次式に収束する.

$$\tau_{ie} = c_i t_{vi} \frac{1 - \xi_i}{2F} \left( \prod_{j=1}^{i-1} \xi_j \right) \sigma_{sn} \quad (6.16)$$

$$c_i = \sqrt{\frac{G_{ei}}{h_i}} \sqrt{\frac{2}{1 - \xi_i}} \sqrt{\frac{F}{E_s t_{vi}}} \quad (6.17)$$

$\sigma_{sn}$  : 作用応力.

一方, これまでに, 一つの段差を設けて当て板を接着する場合に対して, 鋼部材に生じる応力や接着剤に生じるせん断応力の理論式が第2章の近似解と同様な手法から導出されている<sup>14), 15)</sup>. しかし, 積層数が3層以上となると, 微分方程式が高階となるため解くことが困難となることから, 数値的に解くことができる高精度解法が用いられている<sup>16), 17)</sup>.

当て板が複数枚積層されるとき, 第2章で示した高精度解法は次式を用いて拡張できる.

$$\frac{d\mathbf{\epsilon}_i}{dx} = \mathbf{A}_{ai} \mathbf{\epsilon}_i \quad (6.18)$$

ここに,

$$\mathbf{\epsilon}_i = \begin{bmatrix} \epsilon_{sN} & \cdots & \epsilon_{pNi} & \gamma_{pi} & \epsilon_{pMi} & \epsilon_{eyi} & \gamma_{ei} & \epsilon_{eyi} \end{bmatrix}^T \quad (6.19)$$

$$\mathbf{A}_{ai} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & F_b^T \\ 0 & B_{a1} & B_{b1} \\ F_c & B_{c1} & B_1 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

$$A_{ai}^{(6i+1) \times (6i+1)} = \left[ \begin{array}{ccc|cc} & & & 0 & 0 \\ & & & \vdots & \vdots \\ & A_{(i-1)}^{(6i-5) \times (6i-5)} & & 0 & B_{di} \\ & & & 0 & 0 \\ \hline 0 & \cdots & 0 & 0 & B_{ai} \\ 0 & \cdots & B_{ei} & 0 & B_{bi} \\ \hline & & & B_{ci} & B_{li} \end{array} \right] \quad (6.21)$$

$$B_{ai} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{pi} A_{pi}' d_{pi} / (E_{pi} I_{pi}) & 0 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

$$B_{bi} = \begin{bmatrix} 0 & -b_{pi} G_{ei} / (E_{pi} A_{pi}) & 0 \\ -b_{pi} E_{ei} / (G_{pi} A_{pi}') & 0 & 0 \\ 0 & -b_{pi} d_{pi}^2 G_{ei} / (E_{pi} I_{pi}) & 0 \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

$$B_{ci} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1/h_i & 0 & -1/h_i \\ 0 & 0 & 1/(h_i d_s) \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

$$\mathbf{F}_{bi}^T = [0 \quad 2G_{ei} b_{pi} / (E_s A_s) \quad 0] \quad (6.25)$$

$$\mathbf{F}_{ci} = [0 \quad 1/h_i \quad 0]^T \quad (6.26)$$

- $\varepsilon_{pNi}$  :  $i$  層目の当て板の軸力によるひずみ,  
 $\gamma_{pi}$  :  $i$  層目の当て板のせん断力によるひずみ,  
 $\varepsilon_{pMi}$  :  $i$  層目の当て板の曲げモーメントによるひずみ,  
 $\varepsilon_{eyi}$  :  $i$  層目の接着剤の垂直ひずみ,  
 $\gamma_{ei}$  :  $i$  層目の接着剤のせん断ひずみ,  
 $E_{pi}, G_{pi}$  :  $i$  層目の当て板の弾性係数およびせん断弾性係数,  
 $E_{ei}, G_{ei}$  :  $i$  層目の接着剤の弾性係数およびせん断弾性係数,  
 $b_{pi}, A_{pi}$  :  $i$  層目の当て板の幅および断面積,  
 $h_i$  :  $i$  層目の接着剤の厚さ.

鋼部材，当て板および接着剤に生じるひずみベクトルの一般解は次式となる．

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = Y_i(x) \mathbf{C}_i \quad (6.27)$$

ここに，

$$Y_i(x) = T_i e^{\Lambda_i x} T_i^{-1} \quad (6.28)$$

$$T_i = [\mathbf{a}_{i1} \quad \cdots \quad \mathbf{a}_{ij} \quad \cdots \quad \mathbf{a}_{ii}] \quad (6.29)$$

$$e^{\Lambda_i x} = \begin{pmatrix} e^{\lambda_{11}x} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & e^{\lambda_{jj}x} & \\ 0 & & & \ddots & \\ & & & & e^{\lambda_{nn}x} \end{pmatrix} \quad (6.30)$$

$\lambda_{ij}$  : 係数行列  $A_{ai}$  の  $j$  番目の固有値,

$\mathbf{a}_{ij}$  : 係数行列  $A_{ai}$  の  $j$  番目の固有値  $\lambda_{ij}$  に属する固有ベクトル.

未定係数ベクトル  $\mathbf{C}_i$  は式(6.27)に鋼部材, 当て板および接着剤のひずみに関する境界条件を与えて次式で求められる.

$$\mathbf{C}_i = Y_0^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad (6.31)$$

ここに,

$Y_0$  :  $Y_i(x)$  に境界条件の位置を与えて得られる行列,

$\boldsymbol{\varepsilon}_0$  : 境界条件をひずみで表したベクトル.

未定係数ベクトル  $\mathbf{C}$  を求めるための境界条件を次に記す.

$$Y_0 = \begin{bmatrix} Y_N(L_N)_{11} & \cdots & Y_N(L_N)_{1(6N+1)} & & 0 & & 0 \\ \vdots & & \vdots & & & & \\ Y_N(L_N)_{41} & \cdots & Y_N(L_N)_{4(6N+1)} & & & & \\ Y_N(L_{(N-1)})_{11} & \cdots & Y_N(L_{(N-1)})_{1(6N+1)} & -Y_{(N-1)}(L_{(N-1)})_{11} & \cdots & -Y_{(N-1)}(L_{(N-1)})_{1(6N+1)} & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \\ Y_N(L_{(N-1)})_{71} & \cdots & Y_N(L_{(N-1)})_{7(6N+1)} & -Y_{(N-1)}(L_{(N-1)})_{71} & \cdots & -Y_{(N-1)}(L_{(N-1)})_{7(6N+1)} & 0 \\ Y_{(N-1)}(L_{(N-1)})_{81} & \cdots & Y_{(N-1)}(L_{(N-1)})_{8(6N+1)} & \vdots & & \vdots & 0 \cdots 0 \\ 0 & & & Y_{(N-1)}(L_{(N-1)})_{101} & \cdots & Y_{(N-1)}(L_{(N-1)})_{10(6N+1)} & \vdots \\ & & & 0 & \cdots & 0 & -Y_{(N-1)}(0)_{111} \cdots -Y_{(N-1)}(0)_{11(6N+1)} \\ & & & & & & \vdots \\ & & & & & & -Y_{(N-1)}(0)_{141} \cdots -Y_{(N-1)}(0)_{14(6N+1)} \\ & & & & & & Y(0)_{11} \cdots Y(0)_{17} \\ & & & & & & Y(0)_{31} \cdots Y(0)_{37} \\ & & & & & & Y(0)_{71} \cdots Y(0)_{77} \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = [P/(E_s A_s) \quad 0] \quad (6.33)$$

例として, 上下面に 5 層の当て板を接着した鋼部材が軸力を受けるとき, 各段差長を式(6.9)で決定したときの鋼部材の応力と接着剤に生じるせん断応力の分布を図 6.8 に示す. また, 比較のため, 5 層の当て板の端部を重ねて接着した場合の最下層のせん断応力も示している. この図の計算に用いた鋼部材, 当て板および接着剤の寸法および材料定数は表 6.2 に示している.

式(6.9)を用いて各段差長を算出した結果,  $l_1 = 60\text{mm}$ ,  $l_2 = 84\text{mm}$ ,  $l_3 = 97\text{mm}$ ,  $l_4 = 106\text{mm}$ ,  $l_5 = 113\text{mm}$  となった. 図 6.8(a)に示すように, 当て板を段差状に接着する場合には, 各段差部分で応力が徐々に当て板に伝達される. 式(6.9)を用いて各段差の長さを決定する場合には, 鋼部材の応力は各段差内で一旦完全合成理論の値となり, 一つ上の段差に近くなると鋼部材の応力は緩やかに完全合成理論よりも小さくなっていく.

図 6.8(b)には各層の接着剤に生じるせん断応力を示している. また, 各層の端部には, 式(6.16)より求まるせん断応力の収束値をプロットしている. 各層の端部のせん断応力は式(6.16)の収束値とほぼ一致しており, その値は 1 層目が最も大きく, 上層になるにしたがって小さくなっていることがわかる. また, 1 層目のせん断応力の収束値は第 2 章の式(2.32)

表 6.2 計算に用いた鋼部材，当て板，接着剤の寸法と材料定数

(a) 鋼部材

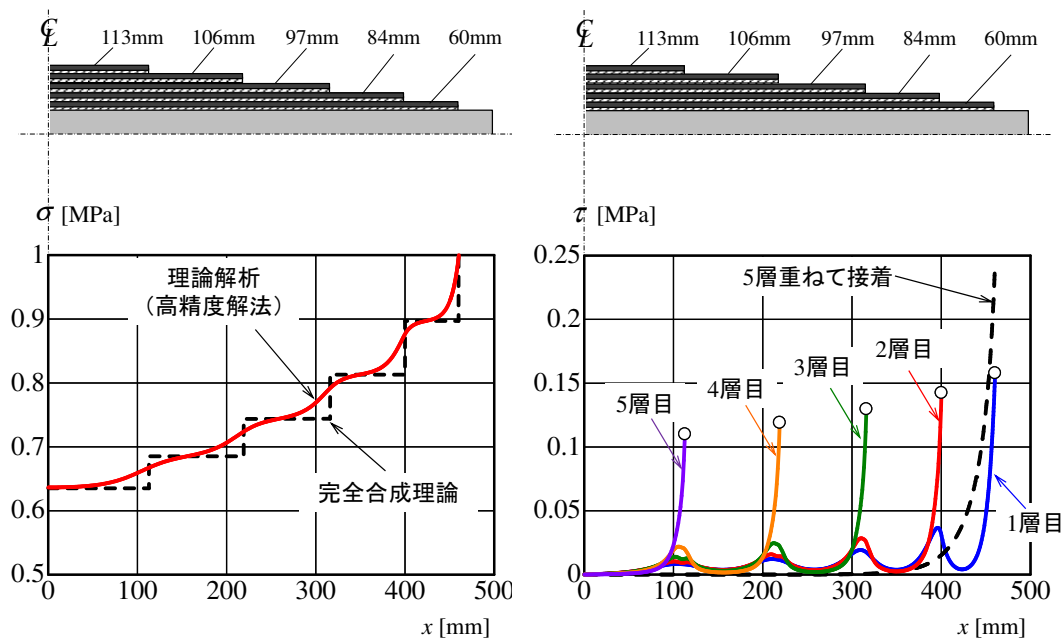
	幅[mm]	厚さ[mm]	弾性係数[GPa]
上フランジ	100	8	200
ウェブ	184	5.5	
下フランジ	100	8	

(b) 当て板 (CFRP 板)

幅[mm]	厚さ[mm]	層数	弾性係数[GPa]
100	2.0	5	150

(c) 接着剤

幅[mm]	厚さ[mm]	弾性係数[GPa]	せん断弾性係数[GPa]	ポアソン比
100	0.2	2.0	0.74	0.36



(a) 鋼部材の応力

(b) 接着剤に生じるせん断応力

図 6.8 式(6.1)を用いて段差長を決定した場合の鋼部材に生じる応力と  
接着剤に生じるせん断応力

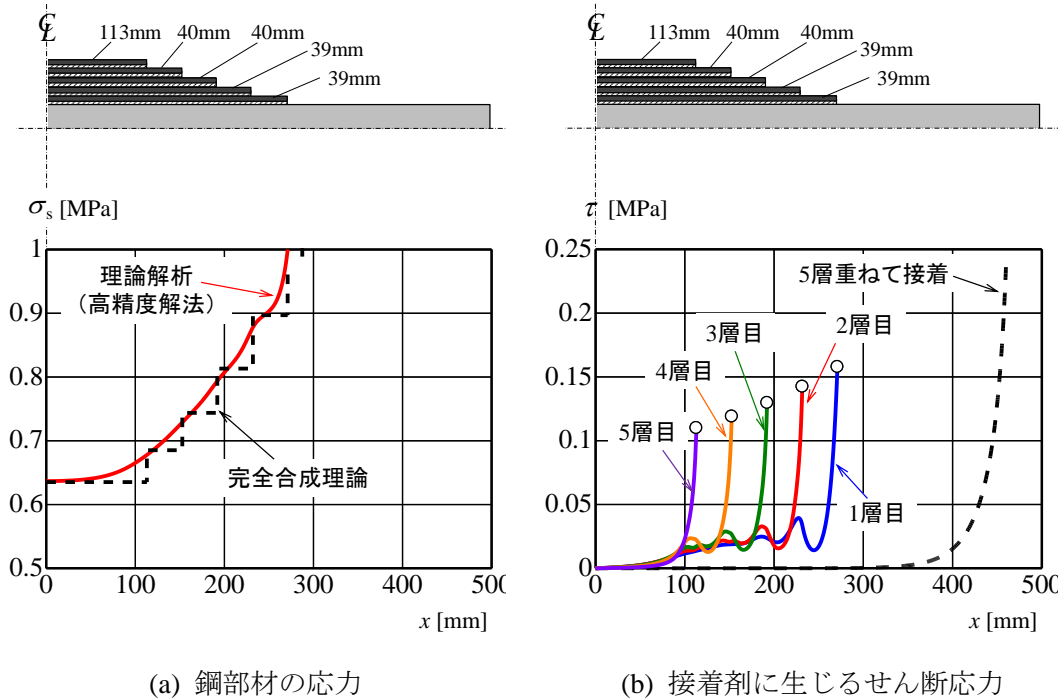
より求めた当て板が一枚のみ接着されたときの収束値と同じ値となっている．このことから，式(6.9)を用いて最下層の段差長を決定することによって，当て板がはく離する荷重は，当て板を一枚のみ接着するときと同じ荷重まで改善されることがわかる．

一方，2層目以降では，複数枚の当て板の端部を重ねて接着しても，各層の接着剤に生じるせん断応力が最下層のそれより小さい場合がある．このときには上述のはく離荷重の改善効果を維持したまま，当て板の総延長を短くすることができる．全層に同じ伸び剛性の当て板を用いるとき， $i_x$  層目以降の当て板を  $X$  枚ずつ端部を重ねて接着できる条件として，次式が提案されている<sup>18)</sup>．

$$i_x \geq \frac{\sqrt{X \left\{ XZ^2 + \frac{4(Z+1)}{D_{ix}} \left( \frac{T_1}{T_{ix}} \right)^2 \right\}} - \{(X-2)Z + 2\}}{2Z} \quad (6.34)$$

$$Z = \frac{2E_p A_p}{E_s A_s} \quad (6.35)$$

今回の計算例に用いた，表 6.2 の鋼部材および当て板の場合には，全ての段差が式(6.34)を満足しなかったため，複数の当て板の端部を重ねて接着することができない．したがって，これまでの段差長の決定方法を用いた場合，段差数は 5 段であり，補強部分の外側に必要な当て板の長さの合計は 1508mm となった．



(a) 鋼部材の応力 (b) 接着剤に生じるせん断応力  
図 6.9 式(6.7)を用いて段差長を決定した場合の鋼部材に生じる応力と  
接着剤に生じるせん断応力

一方、鋼部材に 1 枚の当て板が接着されているとき、鋼部材の応力が収束するために必要な当て板の長さよりも、当て板端部の接着剤に生じるせん断応力が収束する長さの方が短い。したがって、接着剤に生じるせん断応力が収束するのに必要な長さから 1～N-1 層の段差長を決定することによって、はく離荷重の改善効果を維持したまま、当て板の長さを短くできると考えられる。各層の接着剤に生じるせん断応力の収束するための各段差長の必要長さは次式となる。

$$l_i \geq \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^i (D_j/D_i)}}{c_{ai}} \tanh^{-1} \lambda_i \quad (6.36)$$

当て板 N 枚全て接着されている部分では、補修、補強部の端の位置で鋼部材の応力が完全合成理論の値まで低減されるように、式(6.9)によって段差長  $l_N$  を決定する。

表 6.2 の鋼部材、当て板、接着剤を用いた場合に対して、 $l_1 \sim l_4$  を式(6.36)、 $l_5$  を式(6.9)より決定したときの鋼部材の応力および接着剤に生じるせん断応力を図 6.9 に示している。

式(6.9)および式(6.36)を用いて各段差長を算出した結果、 $l_1 = 39\text{mm}$ 、 $l_2 = 39\text{mm}$ 、 $l_3 = 40\text{mm}$ 、 $l_4 = 40\text{mm}$ 、 $l_5 = 113\text{mm}$  となった。図 6.9(a)に示すように、式(6.36)を用いて 1～N-1 層の段差長を決定した場合、鋼部材の応力は滑らかな曲線となっている。また、図 6.9(b)には接着剤に生じるせん断応力を示しており、当て板端部では式(6.16)より求まるせん断応力の収束値と一致している。このように、式(6.36)から 1～N-1 層の段差長を決定することによって、各層のせん断応力の値を変化させずに、図 6.8 よりも当て板の長さを短くすることができる。式(6.36)を用いて 1～N-1 層の段差長を決定した場合、補強部分の外側に必要な当て板の長さの合計は 961mm であり、これは全段差長を式(6.9)より決定した場合の約 64% となった。

### 6.2.3 引張試験

#### (a) 試験体

図 6.10 に示すように、3 枚の当て板を段差状に接着した鋼板を作成し引張試験を行い、はく離荷重の改善効果を検討した。

当て板の接着方法は、2 つの段差長を 25mm とした試験体 (S-25-25)、1 層目の段差長を 25mm とし 2, 3 層目の当て板の端部を重ねた試験体 (S-25-0)、3 層の当て板の端部を重ねた試験体であり S-0、比較として当て板を 1 層のみ接着した試験体 (S-n) も用いた。試験体には表 6.3 に示す鋼板、当て板および接着剤を用いた。

表 6.3 の材料を用いるとき、式(6.36)から決定される 1 層目および 2 層目の段差長  $l_1$ 、 $l_2$  は 23mm、3 層目の定着長  $l_3$  は 53mm であり、S-25-25 は最適に近い段差形状となっている。また、式(6.34)の照査式によると、表 6.3 の当て板の伸び剛性の場合、2, 3 層目の当て板の端部を重ねることができない条件となった。すなわち、2, 3 層目を重ねて接着した S-25-0 では、2 層目から当て板がはく離する可能性がある。

試験体の作成は、まず当て板の両面をサンドペーパーで粗くし、脱脂した後、3 枚の当て

表 6.3 引張試験に用いた鋼部材，当て板，接着剤の寸法と材料定数

	幅[mm]	厚さ[mm]	弾性係数[GPa]	せん断弾性係数[GPa]
母材鋼板	50	11.6	200	—
当て板	50	2.08 (層数 3)	150	—
接着剤 B	50	表 6.4 に記載	2.61	0.96

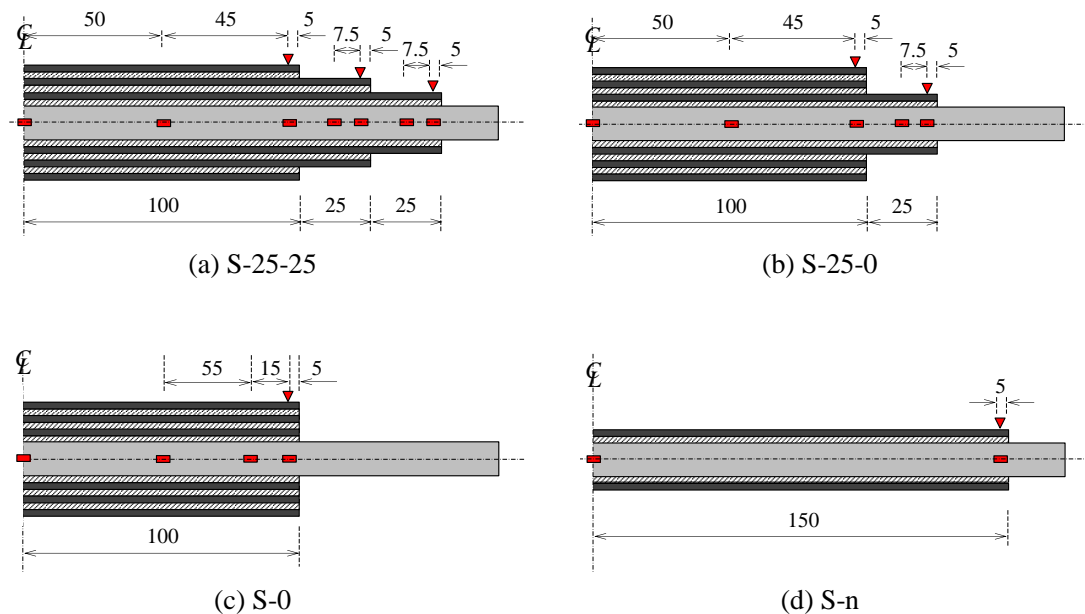


図 6.10 試験体とひずみゲージ貼付位置

板を接着して 1 枚の積層板とした．その後，第 4 章と同じ要領で鋼板に接着し，20℃の室内で 1 週間養生した．接着後にノギスを用いて試験体の厚さを測定し，試験体の全厚さから鋼板および当て板の厚さを差し引き，層数で除すことによって，各試験体の 1 層あたりの接着剤の平均厚さを求めた．表 6.4 には各試験体の接着剤の平均厚さを示している．

## (b) 载荷方法

载荷は第 4 章と同じ要領で引張試験を行った．当て板のはく離による衝撃音が観測されるか，鋼板が降伏した時点で载荷を終了した．

## (c) 試験結果

鋼板の無補強部に 10MPa の応力が作用するときの，S-25-25 および S-25-0 の接着剤に生じるせん断応力を図 6.11 に示す．この図には，比較として，3 枚の当て板の端部を重ねて接着した S-0 と，当て板を 1 枚のみ接着した S-n のせん断応力もそれぞれ一点鎖線および点線で示している．図 6.11(a)より，S-25-25 では，1 層目の接着剤に生じるせん断応力が最も大きくなっており，その値は当て板を 1 枚のみ接着したときのせん断応力とほぼ一致している．図 6.11(b)より，S-25-0 でも，1 層目のせん断応力は当て板を 1 枚のみ接着した場合とほぼ同じであるが，2 層目のせん断応力が 1 層目と同程度に大きくなっている．ただし，3 枚



の当て板の端部を重ねて接着する場合に比べると、1, 2 層目のせん断応力は大きく改善できていることがわかる。

各試験体の接着剤に生じる当て板のはく離荷重の一覧を表 6.4 に示す。表 6.4 からわかるように、3 枚の当て板の端部を重ねて接着した S-0 ははく離荷重がもっとも小さい。また、当て板を 1 枚のみ接着した S-n ははく離荷重の平均値が最も大きく、鋼板が降伏してもはく離しない試験体もあった。

図 6.12 には当て板のはく離荷重の平均値を棒グラフで示している。この図では、当て板がはく離する前に鋼板が降伏した試験体は除外して平均値を計算している。当て板を段差状に接着した試験体のうち、1 層目と 2 層目の段差長を 25mm ずつとした S-25-25 は、当て板を 1 枚のみ接着した S-n よりもはく離荷重が小さくなっているが、一つの試験体では鋼板が降伏するまで当て板がはく離しなかったため、S-n と同等のはく離荷重であると考えられる。2, 3 層目の当て板の端部を重ねて接着した S-25-0 は、3 層目の当て板の端部を重ねて接着した S-0 よりはく離荷重が大きくなったが、当て板を 1 枚のみ接着した S-n よりのはく離荷重が小さく、写真 6.1 に示すように、2 層目の接着面からはく離が生じた。図 6.15 には、S-25-25 および S-25-0 の接着剤に生じる主応力を示している。S-25-25 では 1 層目の接着剤に生じる主応力が最も大きくなっているのに対して、S-25-0 では 2 層目の接着剤に生じる主応力が 1 層目のそれよりも若干大きくなっている。このように、当て板を段差状に接着するとき、接着剤の主応力が最も大きい段差ではく離が生じる可能性がある。本工法で提案したように、1~N-1 層目の段差長を式(6.36)、N 層目の定着長を式(6.9)から決定した場合、常に 1 層目の接着剤の主応力が最も大きくなる。

図 6.12 に示すはく離荷重の大小関係は、図 6.11 の接着剤に生じるせん断応力から予測さ

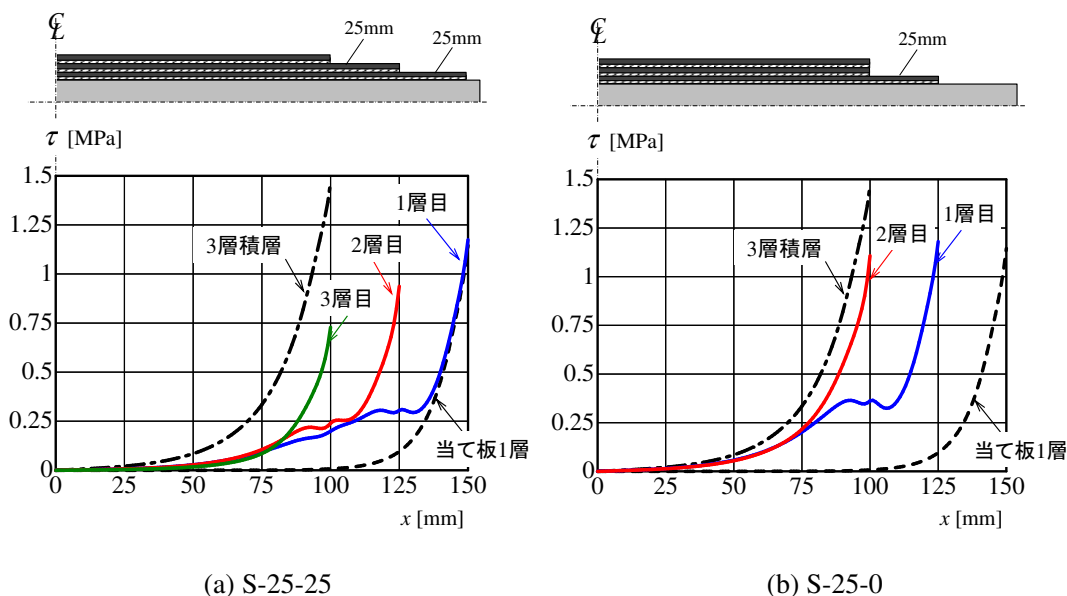


図 6.11 接着剤に生じるせん断応力

表 6.4 試験体の接着厚さとはく離荷重

	接着剤厚さ [mm]	はく離荷重 [kN]
S-25-25	0.38	189.0
	0.49	—
S-25-0	0.38	192.0
	0.65	166.2
S-0	0.65	150.6
	0.38	143.6
	0.38	122.7
S-n	0.63	198.8
	0.63	—

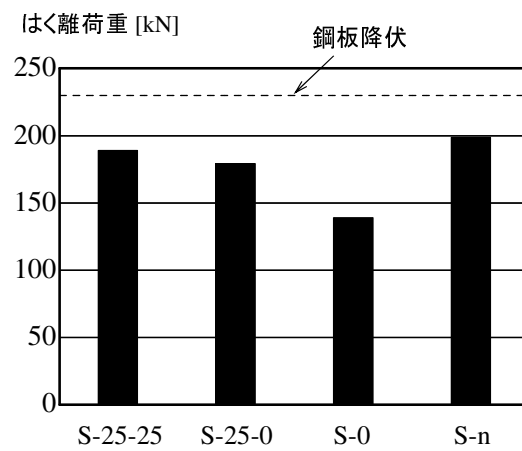


図 6.12 はく離荷重

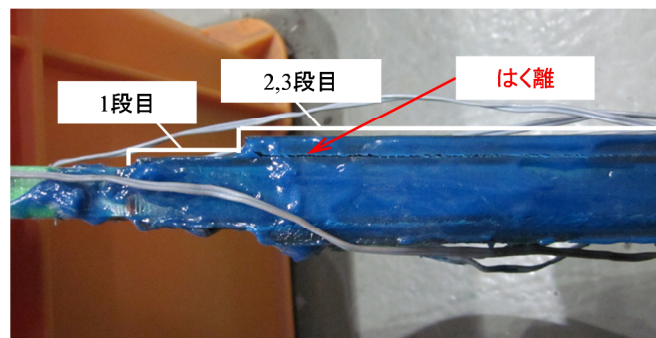


写真 6.1 2層目からののはく離

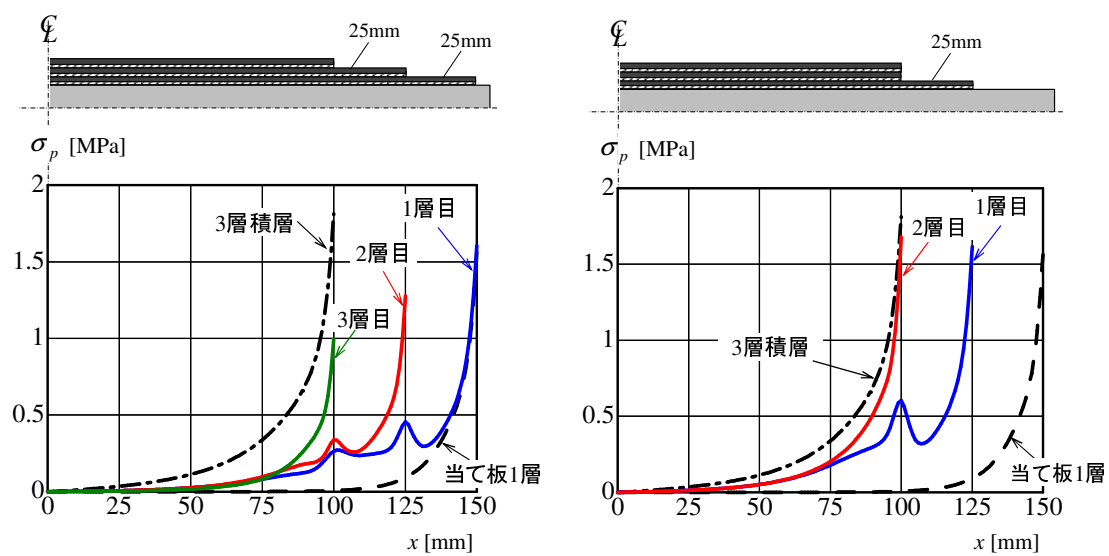


図 6.13 接着剤に生じる主応力

れる傾向と同じであり、式(6.36)を用いて 1～N-1 層目の段差長を決定することによって、1 層目のせん断応力は当て板が 1 枚のみ接着されている場合と同じになり、当て板の長さを短くしてもはく離荷重の向上効果を得ることができる。

### 6.3 当て板接着プレストレス工法に対するはく離抑制工法

#### 6.3.1 提案工法の概要

近年、鋼部材の耐荷力の向上を図るため、図 6.14 に示すようにあらかじめ緊張力を与えた当て板を接着し、鋼部材にプレストレスを与える工法が行われ始めている<sup>20)~24)</sup>。当て板接着プレストレス工法は、外ケーブル工法と同様のプレストレス導入効果に加え、当て板が活荷重に対して引張応力を担うという特徴を有する。しかし、当て板に緊張力を与えて接着すると、緊張力解放時に当て板の端部の接着剤に高いせん断応力と垂直応力が作用するため、より小さく荷重で当て板がはく離する可能性がある。

当て板の緊張力解放によって当て板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を低減する方法として、図 6.15 に示すような当て板端部付近に緊張力を導入しない部分を設ける方法が提案されている<sup>25)</sup>。これまでに、軸力を受ける鋼部材に当て板接着プレストレス工法を行う場合に提案工法を用いることによってはく離荷重を向上できることが示されてい

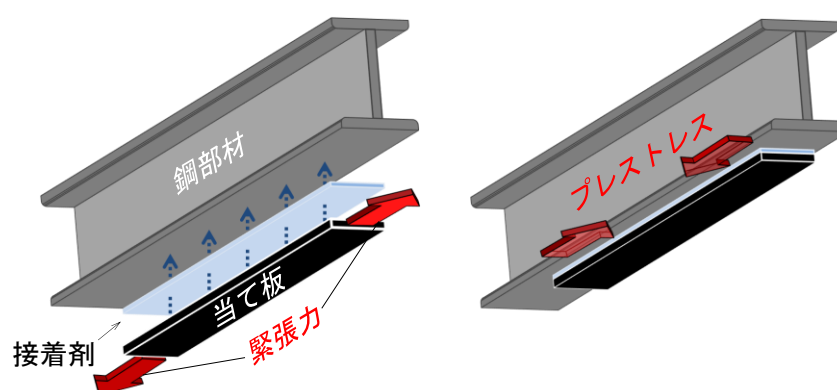


図 6.14 当て板接着プレストレス補強

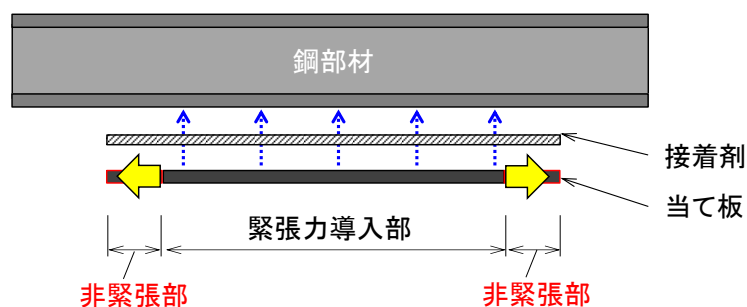


図 6.15 当て板端部に非緊張部を設けた当て板接着プレストレス補強

る．一方で、曲げを受ける鋼部材に当て板接着プレストレス補強工法を行う場合に対して、提案工法の有効性は示されていない．そこで本節では、曲げを受ける鋼部材に対して、当て板接着プレストレス工法を行う場合に対して、当て板端部に非緊張部を設けることによるはく離荷重の向上効果を明らかにする．

### 6.3.2 当て板の緊張力解放によって鋼部材に生じる応力

図 6.16 で示すように、中央から  $l_p$  の範囲にあらかじめ緊張ひずみ  $\varepsilon_{pre}$  を与えた当て板を鋼部材下面に接着する．接着剤が硬化後に当て板のプレテンションを解放すると、当て板の上面（接着面）のひずみは次式で表される．

$$\varepsilon_p = \begin{cases} \frac{N_p(x)}{E_p A_p} - \frac{M_p(x)}{E_p I_p} d_p - \varepsilon_{pre} & (0 \leq x \leq l_p) \\ \frac{N_p(x)}{E_p A_p} - \frac{M_p(x)}{E_p I_p} d_p & (l_p \leq x \leq l) \end{cases} \quad (6.37)$$

第 3 章で示した曲げを受ける当て板接着鋼部材の応力解析手法と同様に、当て板接着鋼部材の微小区間における水平方向の力のつり合いから、次式の鋼部材に生じる軸力に対する微分方程式を得る．ただし、作用外力  $Q(x)$  および  $M(x)$  は 0 としている．

$$\frac{d^2 N_s(x)}{dx^2} - c_b^2 N_s(x) = c_b^2 \frac{K}{a^2} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (0 \leq x \leq l_p) \quad (6.38)$$

$$\frac{d^2 N_s(x)}{dx^2} - c_b^2 N_s(x) = 0 \quad (l_p \leq x \leq l) \quad (6.39)$$

式(6.38), (6.39)に対して、当て板接着中央で接着剤に生じるせん断応力が 0 となる条件 ( $\tau(0)=0$ )、当て板接着端で鋼部材の軸力が 0 となる条件 ( $N_s(l)=0$ )、およびプレテンション導入部と未導入部の境界で鋼部材の軸力が連続する条件より、プレテンションの解放によって鋼部材に作用する軸力の解を次式のように得る．

$$N_s(x) = \begin{cases} X_1 \cosh(c_b x) - \frac{K}{a^2} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} & (0 \leq x \leq l_p) \\ X_2 \sinh\{c_b(x-l_p)\} + X_3 \cosh\{c_b(x-l_p)\} & (l_p \leq x \leq l) \end{cases} \quad (6.40)$$

$$X_1 = \frac{\cosh(c_b l_n)}{\cosh(c_b l)} \cdot \frac{K}{a^2} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (6.41)$$

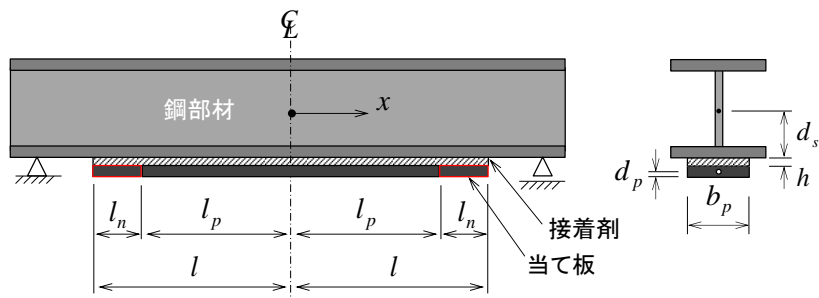


図 6.16 当て板端部に非緊張部を設けた当て板接着プレストレス補強

$$X_2 = \frac{\tanh(c_b l_p)}{1 + \tanh(c_b l_p) \tanh(c_b l_n)} \cdot \frac{K}{a^2} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (6.42)$$

$$X_3 = -\frac{\tanh(c_b l_p) \tanh(c_b l_n)}{1 + \tanh(c_b l_p) \tanh(c_b l_n)} \cdot \frac{K}{a^2} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (6.43)$$

他方，当て板接着鋼部材の微小区間における鉛直方向の力のつり合いおよびモーメントのつり合いから，次式の鋼部材に生じるせん断力に関する微分方程式を得る．

$$\frac{d^4 V_s(x)}{dx^4} + 4\omega_b^4 V_s(x) = \frac{4\omega_b^4 J}{Z_1} \cdot \frac{dN_s(x)}{dx} \quad (6.44)$$

式(6.44)では，当て板に導入した緊張力に関する項は右辺の  $dN_s/dx$  に含まれている．

式(6.44)に対して，当て板端部で鋼部材のせん断力が 0 となる条件 ( $V_s(l) = 0$ )，鋼部材の曲げモーメントがとなる条件 ( $M_s(l) = 0$ )，プレストレス導入部と未導入部の境界で，鋼部材のせん断力，曲げモーメント，たわみ角および接着剤に生じる垂直応力が連続する条件から，行列を用いて数値的に未定係数を求めた．当て板に導入した緊張力を解放することによって鋼部材に生じるせん断力は次式となる．

$$V_s(x) = \begin{cases} Y_1 \cosh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) + Y_2 \sinh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) \\ \quad + \frac{\cosh(c_b l_n)}{\cosh(c_b l)} \cdot \frac{W_b K}{a^2} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \sinh(c_b x) & (0 \leq x \leq l_p) \\ Y_3 \cosh\{\omega_b (x - l_p)\} \cos\{\omega_b (x - l_p)\} + Y_4 \cosh\{\omega_b (x - l_p)\} \cos\{\omega_b (x - l_p)\} \\ \quad + Y_5 \sinh\{\omega_b (x - l_p)\} \sin\{\omega_b (x - l_p)\} + Y_6 \sinh\{\omega_b (x - l_p)\} \cos\{\omega_b (x - l_p)\} \\ \quad + \frac{\sinh(c_b l_p)}{\cosh(c_b l)} \cdot \frac{W_b K}{a^2} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \cosh\{c_b (l - x)\} & (l_p \leq x \leq l) \end{cases} \quad (6.45)$$

$$\mathbf{Y} = \underset{6 \times 6}{\Omega_1}^{-1} \underset{6 \times 1}{\Omega_2} \quad (6.46)$$

$$\mathbf{Y} = [Y_1 \ Y_2 \ Y_3 \ Y_4 \ Y_5 \ Y_6]^T \quad (6.47)$$

$$\underset{6 \times 6}{\Omega_1} = \begin{bmatrix} \underset{4 \times 6}{\Omega_1(l_p)} \\ \underset{2 \times 6}{\Omega_1(l)} \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

$$\Omega_1(l_p) = \begin{pmatrix} CH(\omega_b l_p)S(\omega_b l_p) & SH(\omega_b l_p)C(\omega_b l_p) & 0 & 0 & -1 & 0 \\ SH(\omega_b l_p)S(\omega_b l_p) & CH(\omega_b l_p)C(\omega_b l_p) & -1 & -1 & 0 & 0 \\ +CH(\omega_b l_p)C(\omega_b l_p) & -SH(\omega_b l_p)S(\omega_b l_p) & 0 & 0 & 0 & -1 \\ SH(\omega_b l_p)C(\omega_b l_p) & -CH(\omega_b l_p)S(\omega_b l_p) & -1 & 1 & 0 & 0 \\ CH(\omega_b l_p)C(\omega_b l_p) & -SH(\omega_b l_p)S(\omega_b l_p) & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -SH(\omega_b l_p)S(\omega_b l_p) & -CH(\omega_b l_p)C(\omega_b l_p) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.49)$$

$$\Omega_1(l) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -CH(\omega_b l_n)S(\omega_b l_n) & -SH(\omega_b l_n)C(\omega_b l_n) & -CH(\omega_b l_n)C(\omega_b l_n) & -SH(\omega_b l_n)S(\omega_b l_n) \\ 0 & 0 & -CH(\omega_b l_n)C(\omega_b l_n) & SH(\omega_b l_n)S(\omega_b l_n) & CH(\omega_b l_n)S(\omega_b l_n) & -SH(\omega_b l_n)C(\omega_b l_n) \\ +SH(\omega_b l_n)S(\omega_b l_n) & +CH(\omega_b l_n)C(\omega_b l_n) & +SH(\omega_b l_n)C(\omega_b l_n) & +CH(\omega_b l_n)S(\omega_b l_n) & +CH(\omega_b l_n)S(\omega_b l_n) & +CH(\omega_b l_n)C(\omega_b l_n) \end{pmatrix} \quad (6.50)$$

$$\Omega_2 = \frac{W_b K}{a^2} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{c_b}{\omega_b} & 0 & -\left(\frac{c_b}{\omega_b}\right)^3 & \frac{\sinh(c_b l_p)}{\cosh(c_b l)} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (6.51)$$

式(3.33)から、当て板に導入した緊張力を解放することによって鋼部材に生じる曲げモーメントは次式となる。

$$M_s(x) = \frac{N_s(x)a}{Z_1} - \frac{1}{4\omega_b^4} \cdot \frac{d^3 V_s(x)}{dx^3} \quad (6.52)$$

当て板に導入した緊張力を解放することによって鋼部材に生じる応力は、式(3.35)に式(6.40)と式(6.52)を代入して得られる。

当て板に導入した緊張力を解放することによって鋼部材の上面および下面に生じる応力を図 6.17 に示す。この図の計算に用いた鋼部材、当て板および接着剤の寸法と材料定数は表 6.5 に示している。図 6.17(a)のように当て板全体に緊張力を与えた場合、当て板端部付近では鋼部材に十分にプレストレスが導入されないことがわかる。当て板の中央では、鋼部材と当て板が完全合成であると仮定して算出される、次式の応力と一致している。

$$\overline{\sigma}_s = -\left( \frac{P_{pre}}{A_v} + \frac{M_{pre}}{I_v} y_v \right) \quad (6.53)$$

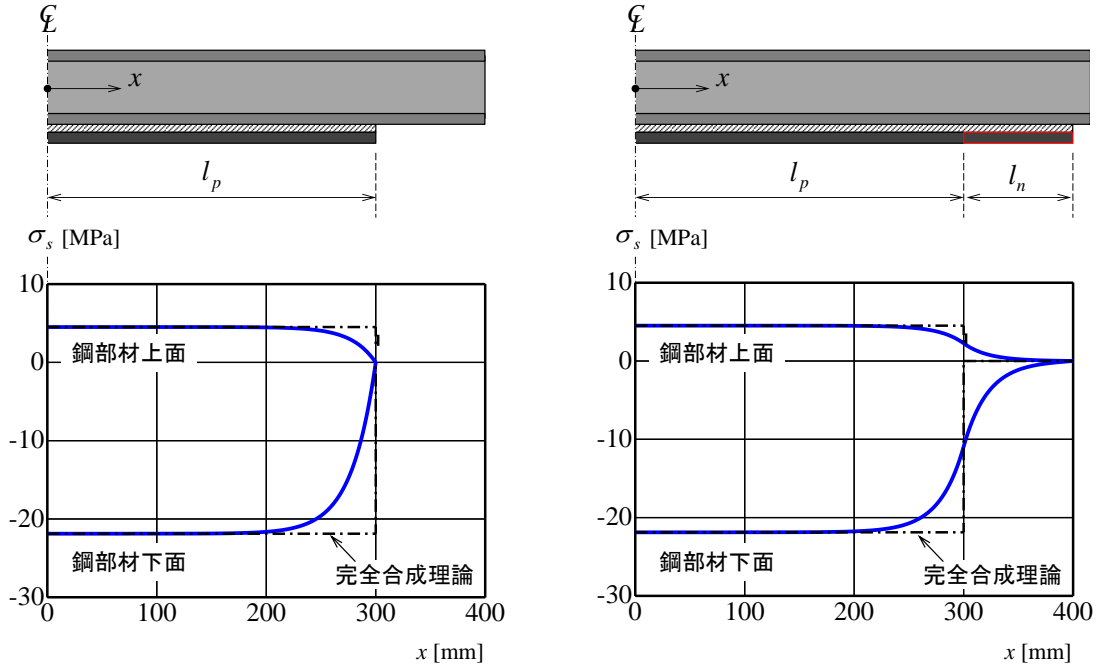
$$M_{pre} = P_{pre} a_p \quad (6.54)$$

$$P_{pre} = E_p A_p \varepsilon_{pre} \quad (6.55)$$

また、図 6.17(b)のように当て板に 100mm の非緊張部を設けた場合、緊張力を与えていない  $l_p \leq x \leq l$  の範囲の鋼部材にも若干プレストレスが導入されている。

### 6.3.3 当て板の緊張力解放によって接着剤に生じるせん断応力

当て板の緊張力を解放することによって接着剤に生じるせん断応力は、式(3.1)に式(6.39)を代入することによって次式となる。



(a) 当て板全体を緊張した場合 ( $l_n = 0$ )

(b)  $l_n = 100\text{mm}$

図 6.17 当て板の緊張力を解放することによって鋼部材に生じる応力

$$\tau(x) = \begin{cases} -\frac{\cosh(c_b l_n)}{\cosh(c_b l)} \cdot \frac{c_b K}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \sinh(c_b x) & (0 \leq x \leq l_p) \\ -\frac{\sinh(c_b l_p)}{\cosh(c_b l)} \cdot \frac{c_b K}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \cosh\{c_b (l - x)\} & (l_p \leq x \leq l) \end{cases} \quad (6.56)$$

当て板に導入した緊張力を解放することによって接着剤に生じるせん断応力を図 6.18(a)に示す. この図では, 当て板端部に非緊張部を設けないとき ( $l_n = 0$ ) と,  $l_n = 100\text{mm}$  としたときのせん断応力の分布を示している. 図 6.18(a)からわかるように, 当て板端部に非緊張部を設けない場合には, 当て板端部の位置で接着剤に高いせん断応力が生じている. 一方, 当て板の端部に非緊張部を設けることによって, 当て板端部のせん断応力がほぼ 0 となっていることがわかる. また, 当て板の端部に非緊張部を設けた場合には,  $x = l_p$  の位置でせん断応力が最大となっており, その値は当て板端部に非緊張部を設けないときの当て板端部のせん断応力よりも小さくなっている.

当て板端部に非緊張部を設けない場合, 当て板の緊張力を解放することによって当て板端部に生じるせん断応力は式(6.56)の上段に  $x = l$  および  $l_n = 0$  を代入して次式となる.

$$\tau(l) = -\frac{c_b K}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \tanh(c_b l) \quad (6.57)$$

表 6.5 計算に用いた鋼部材，当て板，接着剤の寸法と材料定数

(a) 鋼部材

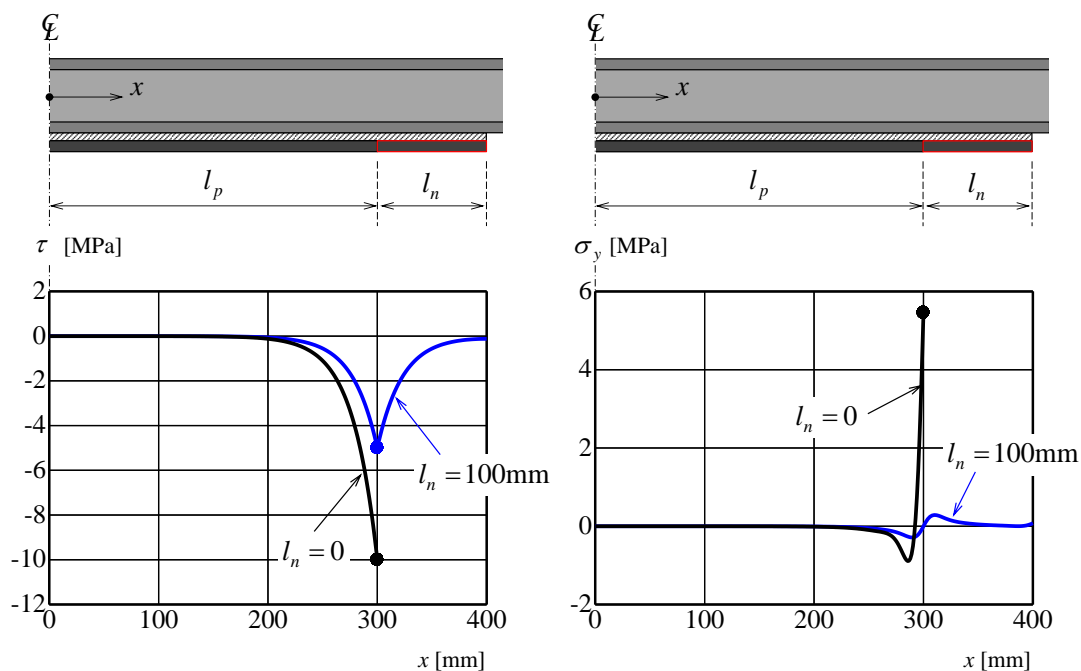
	幅[mm]	厚さ[mm]	弾性係数[GPa]
上フランジ	100	8	200
ウェブ	184	5.5	
下フランジ	100	8	

(b) 当て板 (CFRP 板)

幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	緊張力導入部長さ $l_p$ [mm]	緊張力未導入部長さ $l_n$ [mm]	導入ひずみ $\varepsilon_{pre}$ [ $\mu$ ]
100	4	300	300	0, 100	300

(c) 接着剤

幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	せん断弾性係数 [GPa]	ポアソン比
100	0.5	2.0	0.74	0.36



(a) せん断応力

(b) 垂直応力

図 6.18 当て板の緊張力を解放することによって接着剤に生じるせん断応力と垂直応力



一方、当て板端部に非緊張部を設けた場合、 $x=l_p$  の位置に生じるせん断応力の最大値は式(6.56)の下段に  $x=l_p$  を代入することによって次式となる。

$$\tau(l_p) = -\frac{\tanh(c_b l_p)}{1 + \tanh(c_b l_p) \tanh(c_b l_n)} \cdot \frac{c_b K}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (6.58)$$

ここで、当て板の長さ $l$ と緊張力導入部の長さ $l_p$ が非常に長いとき ( $l \cong \infty, l_p \cong \infty$ )、式(6.56)および式(6.58)はそれぞれ次式に収束する。

$$\bar{\tau}(l) = -\frac{c_b K}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (6.59)$$

$$\bar{\tau}(l_p) = -\frac{1}{1 + \tanh(c_b l_n)} \cdot \frac{c_b K}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (6.60)$$

当て板端部に非緊張部を設けると、当て板の非緊張部の長さ $l_n$ が十分に長いときには式(6.60)は次式に収束する。

$$\bar{\tau}(l_p) = -\frac{c_b K}{2a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (6.61)$$

当て板端部に非緊張部を設けないときの当て板端部のせん断応力の収束値 $\bar{\tau}(l)$ および、当て板端部に非緊張部を設けたときの $x=l_p$ の位置のせん断応力の収束値 $\bar{\tau}(l_p)$ を図 6.18 にそれぞれプロットしている。式(6.59)および式(6.61)から求めたせん断応力の収束値は式(6.56)より求めた分布の当て板の端部および $x=l_p$ の値と一致している。また、式(6.61)は式(6.59)の 1/2 となっており、当て板の端部に非緊張部を設けることによって、接着剤に生じるせん断応力の最大値を 1/2 まで低減できることがわかる。

当て板の端部に設ける非緊張部の長さ $l_n$ は、式(6.53)が式(6.54)に近くなるように決定する。式(6.60)が式(6.61)に収束する精度を $\eta$ とすると、非緊張部の長さは次式を満足するように決定される。

$$l_n > \frac{1}{c_b} \tanh^{-1} \left( \frac{2}{\eta} - 1 \right) \quad (6.62)$$

式(6.62)では $\eta$ に 1 に近い 1 以上の値を代入して当て板の非緊張部の長さを求める。本検討で $l_n$ に用いた 100mm は、式(6.60)に $\eta=1.00015$ を代入して得られる長さであり、式(6.60)が式(6.61)に対して 99.98%以上の精度で収束している。

#### 6.3.4 当て板の緊張力解放によって接着剤に生じる垂直応力

当て板の緊張力を解放することによって接着剤に生じる垂直応力は、式(3.2)に式(6.44)を代入することによって次式となる。

$$\sigma_y(x) = \begin{cases} -\frac{\omega_b}{b_p} \left[ Y_1 \{ \sinh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) + \cosh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) \} \right. \\ \quad + Y_2 \{ \cosh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) - \sinh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) \} \\ \quad \left. - \frac{\cosh(c_b l_n)}{\cosh(c_b l)} \cdot \frac{c_b W_b K}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \cosh(c_b x) \right] & (0 \leq x \leq l_p) \\ -\frac{\omega_b}{b_p} \left[ Y_3 \{ \sinh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) + \cosh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) \} \right. \\ \quad + Y_4 \{ \cosh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) - \sinh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) \} \\ \quad + Y_5 \{ \sinh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) - \cosh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) \} \\ \quad + Y_6 \{ \cosh(\omega_b x) \sin(\omega_b x) + \sinh(\omega_b x) \cos(\omega_b x) \} \\ \quad \left. + \frac{\sinh(c_b l_p)}{\cosh(c_b l)} \cdot \frac{c_b W_b K}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \sinh\{c_b(l-x)\} \right] & (l_p \leq x \leq l) \end{cases} \quad (6.63)$$

当て板に導入した緊張力を解放することによって接着剤に生じる垂直応力を図 6.18(b)に示す。図 6.18(b)から、外力が作用するときと同様に、当て板端部に非緊張部を設けない場合には当て板端部の位置で接着剤に高い垂直応力が生じている。当て板端部に非緊張部を設けない場合、当て板の緊張力を解放することによって当て板端部に生じる垂直応力は次式となる。

$$\overline{\sigma_y}(l) = \left\{ 2 - \frac{c_b}{\omega_b} + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 \right\} \frac{\omega_b K W_b}{a^2 b_p} Z_1 E_s I_s \varepsilon_{pre} \quad (6.64)$$

当て板端部に非緊張部を設けないときの当て板端部の垂直応力の収束値  $\overline{\sigma_y}(l)$  を図 6.18(b)にプロットしている。式(6.64)から求めた垂直応力の収束値は式(6.63)より求めた分布の当て板端部の値と一致している。一方、当て板の端部に非緊張部を設けた場合には、接着剤に生じる垂直応力が全体的に小さくなっており、当て板端部ではほぼ 0 となっている。接着剤に生じるせん断応力と異なり、 $x=l_p$  の位置は変曲点となり、 $x=l_p$  の両端部で垂直応力が若干高くなっているが、その値は非常に小さい。

### 6.3.5 当て板端部に非緊張部を設けることによるはく離抑制効果

接着剤に生じる主応力がある値になったときに当て板がはく離すると仮定し、接着剤に生じる主応力の値から当て板がはく離する荷重の向上効果を評価する。図 6.19 に接着剤に生じる主応力を示している。この図では、当て板に導入したひずみ  $\varepsilon_{pre} = 300\mu$  を解放することによって接着剤に生じるせん断応力と垂直応力、第 3 章で示した単純支持の当て板接着鋼部材に等曲げモーメント  $M = 7\text{kN}\cdot\text{m}$  が作用することによって接着剤に生じるせん断応力と垂直応力および両者の和をそれぞれ式(5.4)に代入して求めた主応力を示している。

図 6.19(a)から、当て板端部に非緊張部を設けない場合には、緊張力の解放および曲げモーメントによって生じる主応力がともに当て板端部で最大となる。したがって、接着剤に生じる主応力がある値になったときに当て板がはく離すると仮定すると、導入する緊張力

が大きくなるほど、小さい曲げモーメントではく離することになる。一方、図 6.19(b)から、当て板端部に非緊張部を設けた場合には、当て板端部の主応力は曲げモーメントのみによって生じており、緊張力の解放によって生じる主応力は  $x=l_p$  の位置で最大となっている。そのため、当て板がはく離する曲げモーメントの値は導入する緊張力によって変化しない。また、図 6.19(b)でも示したように、 $x=l_p$  の位置では緊張力の解放によって接着剤に生じる垂直応力がほぼ 0 となり、せん断応力は非緊張部を設けない場合の約 1/2 となるため、主応力の値は非緊張部を設けない場合の 1/2 以下となっている。

例として、図 6.20 には接着剤に生じる主応力が 50MPa を上回らないように定めた導入ひずみと作用曲げモーメントの範囲を示している。緊張力を導入しない場合には、接着剤に生じる主応力が 50MPa となる曲げモーメントは一定となっている。非緊張部を設けない場合には、導入する緊張力が大きくなるほど、小さい曲げモーメントで当て板がはく離する。一方、非緊張部を設けた場合には、緊張力を導入しても当て板がはく離する曲げモーメントの値は変化せず、曲げモーメントがある値に達すると当て板がはく離する。この計算例で非緊張部を設けることによるはく離曲げモーメントの向上率は、当て板に導入するひずみ  $\varepsilon_{pre}$  が  $300\mu$  のとき 1.36 倍、 $\varepsilon_{pre}$  が  $500\mu$  のとき 1.78 倍となった。ただし、当て板に導入できる緊張力の限界値は、緊張力導入装置や当て板の材料等によって異なることに注意を要する。

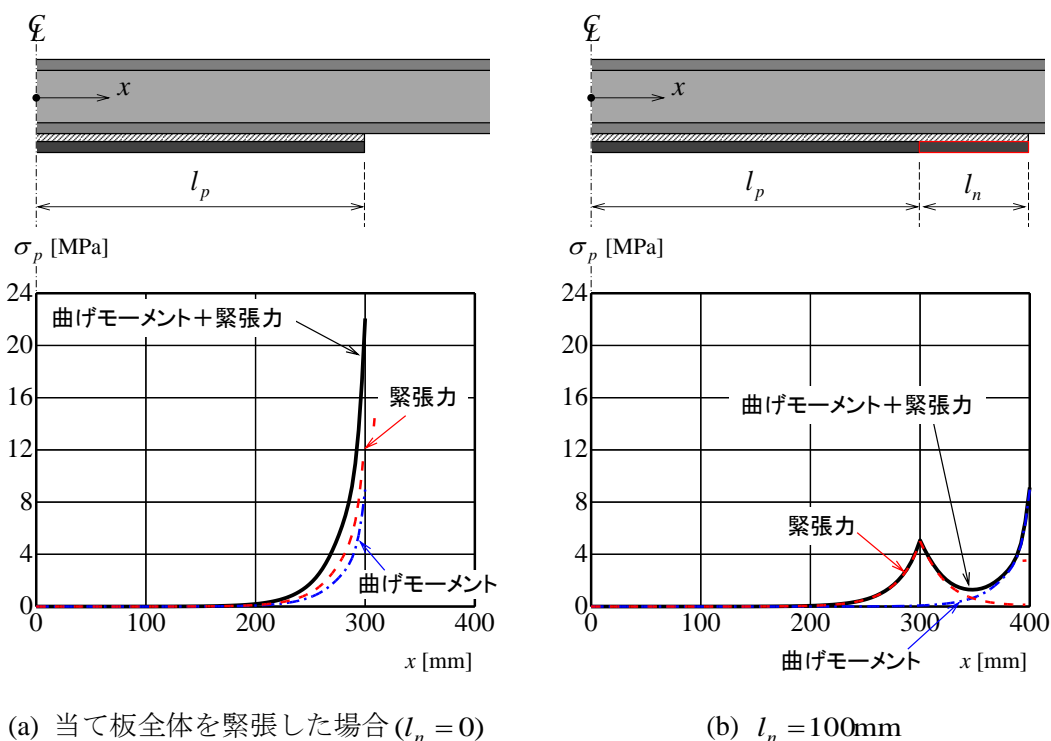


図 6.19 当て板の緊張力を解放することによって接着剤に生じるせん断応力と垂直応力

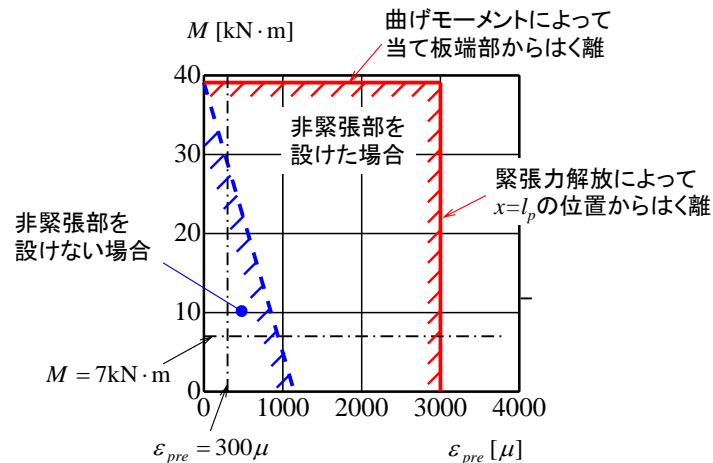


図 6.20 当て板のはく離を防止できる曲げモーメントと緊張力の範囲

### 6.3.6 曲げ試験

当て板端部に非緊張部を設けることによる当て板のはく離荷重の向上効果を確認するため、第4章と同様の曲げ試験を行った。

#### (a) 試験体

母材および当て板には第3章で示した SM490Y の鋼板を用い、接着剤 A を用いて接着した。鋼板および当て板の寸法が異なる2種類の試験体を作成し、それぞれ当て板全長に緊張力を与えた場合と当て板端部に非緊張部を設けた場合のはく離荷重を比較した。試験体の一覧は表 6.6 に示している。Pre130 シリーズでは約  $130\mu$  のひずみを当て板に導入し、Pre130-ln では当て板端部に 50mm の非緊張部を設けた。Pre180 シリーズでは約  $180\mu$  のひずみを当て板に導入し、Pre180-ln では当て板端部に 100mm の非緊張部を設けた。

#### (b) プレストレスの導入

図 6.21 に示す装置を用いて当て板に緊張力を与えた。当て板の接着面に凹凸が生じないように、当て板と緊張力導入装置は図 6.22 で示すように皿ネジを用いて接合している。非緊張部は当て板のはく離が生じる側のみに設けた。図 6.21 の装置は、長ネジに設置された

表 6.6 当て板接着プレストレス工法の載荷試験に用いた試験体

	母材鋼板		当て板		接着剤 厚さ [mm]	導入 ひずみ $\varepsilon_{pre}[\mu]$	緊張部 半長さ $l_n$ [mm]	非緊張部 長さ $l_n$ [mm]
	幅 [mm]	板厚 [mm]	幅 [mm]	板厚 [mm]				
Pre130	90	12	50	4.5	1.02	129	125	—
Pre130-In								50
Pre180	50	12	25	4.5	1.12	181		—
Pre180-In								100

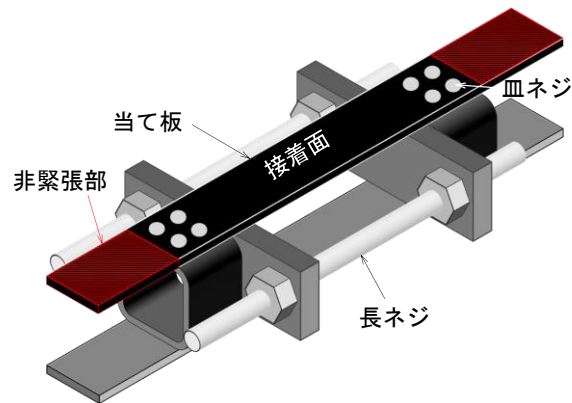


図 6.21 当て板への緊張力導入装置

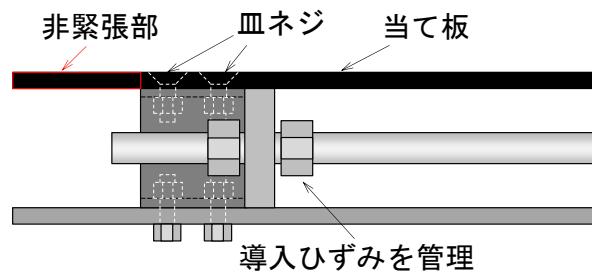


図 6.22 緊張力導入装置と当て板の接合部の側面図

ナットによって当て板に導入するひずみを調整する．この装置を用いることで，母材鋼板にボルト孔を設けることなく，鋼部材にプレストレスを導入できる．当て板に導入するひずみは当て板の中央上下面に貼付したひずみゲージの値を用いて管理した．当て板に緊張力を導入した際，当て板の上下面ではひずみの値が異なっていた．これは緊張力導入装置と当て板の接合部付近で当て板に局所的な曲げモーメントが生じたためと考えられ，表 6.6 の導入ひずみ  $\varepsilon_{pre}$  は上下面のひずみの平均値を示している．

当て板に緊張力を与えた状態で母材鋼板に接着し，20℃の室内で1週間養生した．その後，載荷試験を行う直前に当て板に導入した緊張力を解放した．当て板の緊張力を解放することによって鋼部材および当て板に生じたひずみを図 6.23 にプロットしている．この図には理論解析および合成断面理論から求まる鋼部材および当て板のひずみも示している．図 6.23(a)から，緊張力を解放することによって鋼部材および当て板に生じるひずみと理論解析より求まる分布は若干異なっており，これは前述のように，緊張力導入時に当て板に局所的な曲げモーメントが生じたためと考えられる．ただし実験値は理論解析の分布と全体的な傾向は一致しており，鋼部材の  $0 \leq x \leq l_p$  の区間では完全合成理論に近いひずみが生じている．

### (c) 載荷試験

載荷方法は第4章で示した片持ち支持の当て板接着鋼部材の曲げ載荷試験と同様であり，

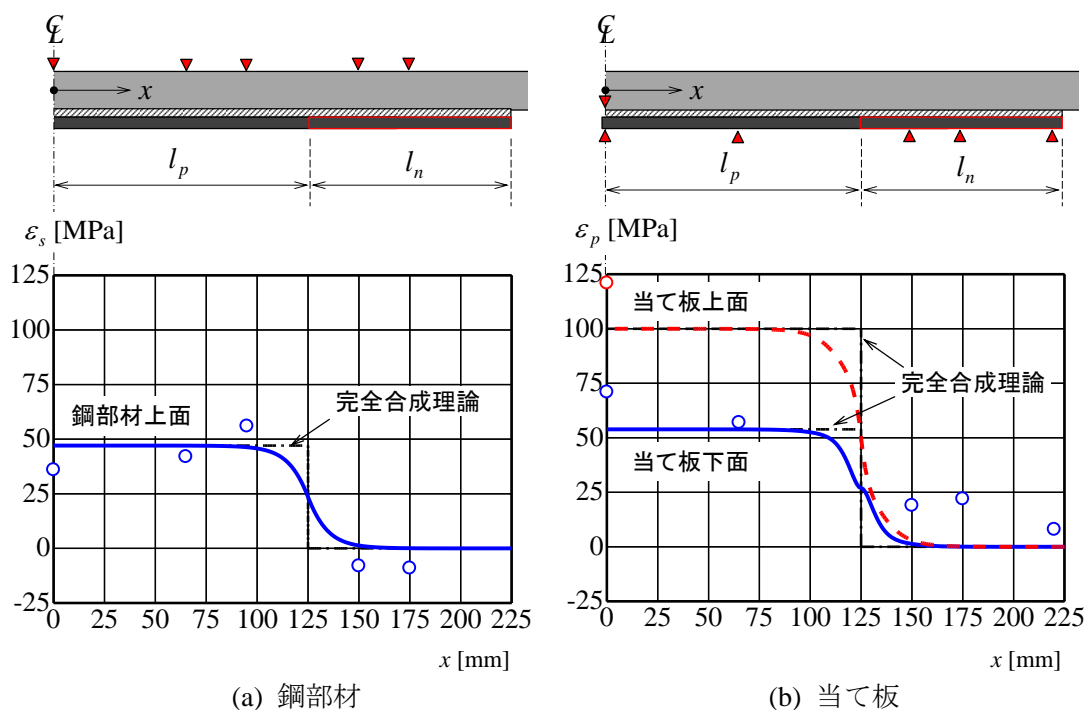


図 6.23 当て板の緊張力解放によって鋼部材および当て板に生じるひずみ

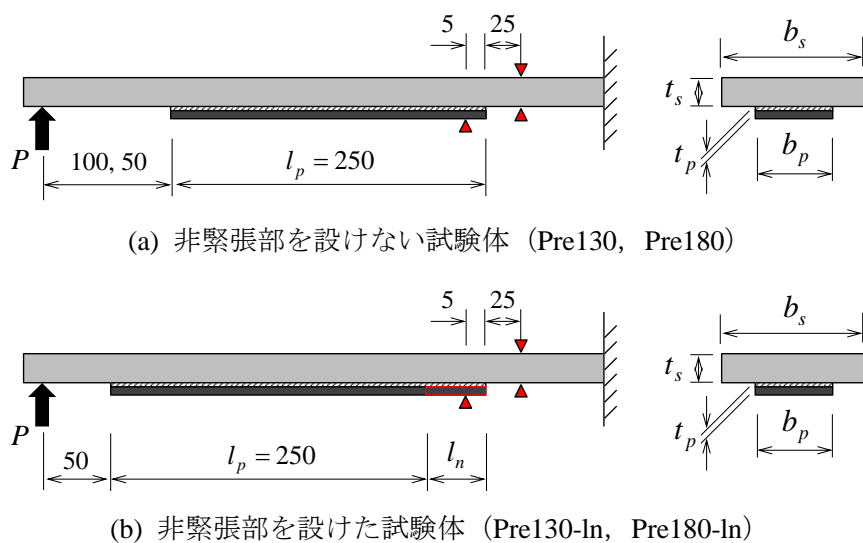


図 6.24 荷重方法とひずみゲージ貼付位置

当て板のはく離は当て板の端部から 5mm の位置に貼付したひずみゲージの値の変動から判断した。図 6.24 に荷重方法とひずみゲージの貼付位置を示している。当て板のはく離が生じる固定端側の当て板端部から荷重位置までの距離が同じになるように、P130 シリーズでは 400mm, P180 シリーズでは 350mm となるように調整した。

#### (d) はく離荷重向上効果

曲げ試験より得られたはく離荷重の一覧を表 6.7 に示す。また、はく離荷重の棒グラフを

表 6.7 はく離荷重と接着剤に生じる主応力

	はく離荷重 [N]	当て板端部の接着剤に生じる主応力		
		緊張力の解放	荷重の作用	合計
Pre130	497	4.84 (15.7%)	26.1 (84.3%)	30.9
Pre130-ln	702	—	36.9	36.9
Pre180	181	6.63 (25.6%)	19.3 (74.4%)	25.9
Pre180-ln	276	—	29.5	29.5

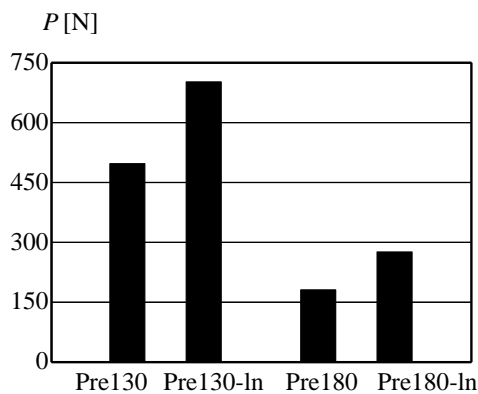


図 6.25 はく離荷重

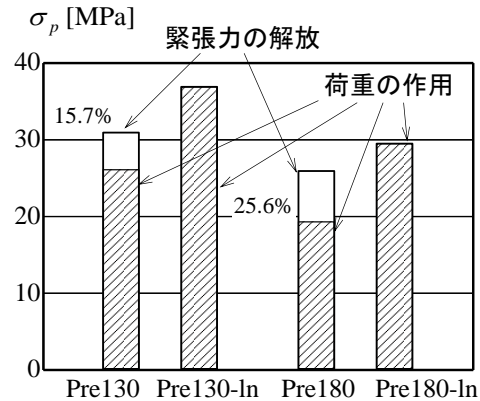


図 6.26 接着剤に生じる主応力

図 6.25 に示している。図 6.25 より、当て板全体に緊張力を導入した Pre130、Pre180 のはく離荷重に対して、当て板端部に非緊張部を設けた Pre130-ln と Pre180-ln はそれぞれはく離荷重が 1.41 倍および 1.52 倍向上した。また、Pre130 シリーズでは試験体の寸法および载荷条件が第 4 章の PT-50-4.5 と同じ条件であり、Pre130-ln のはく離荷重は PT-50-4.5 のはく離荷重の平均値(788N)より若干小さい程度のはく離荷重となっている。

表 6.7 および図 6.26 には、緊張力の解放およびはく離荷重の作用によって固定端側の当て板端部に生じる主応力も示している。式(6.59)および式(6.64)から、緊張力の解放によって接着剤に生じる主応力を算出した結果、Pre130 および Pre180 の試験体では、当て板端部の位置にそれぞれ 4.84MPa および 6.63MPa の主応力が生じた。一方、当て板端部に非緊張部を設けた Pre130-ln および Pre180-ln では、緊張力の解放時に当て板端部に主応力が生じていないものとした。

荷重の作用によって当て板端部の位置の接着剤に生じる主応力を式(3.79)および式(3.80)から算出し、図 6.26 の棒グラフに白抜きで示している。当て板全体に緊張力を導入した Pre130 と Pre180 では、はく離荷重が小さかったため、荷重の作用によって生じる主応力が小さいが、緊張力の解放によって接着剤に生じる主応力を考慮すると、Pre130 と Pre130-ln および、Pre180 と Pre180-ln はそれぞれほぼ同じ主応力 ( $\sigma_p = 30\text{MPa}$  程度) ではなく離していることがわかる。したがって、当て板端部に非緊張部を設けることによって、緊張力の

解放によって接着剤に生じる主応力が低減され、荷重の作用によって接着剤に生じる主応力が向上する。

【参考文献】

- 1) 越智内士, 松村政秀, 久部修弘: 鋼 I 桁下フランジに貼付する鋼弾性 CFRP 板の剥離防止方法に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.57A, pp.114-124, 2011.
- 2) Colombi, P. and Poggi, C.: An experimental, analytical and numerical study of the static behavior of steel beams reinforced by pultruded CFRP strips, *Composites, Part B engineering*, Vol.37, pp. 64-73, 2006.
- 3) Fitton, M.D. and Broughton, J.G.: Variable modulus adhesives: an approach to optimised joint performance, *International Journal of Adhesion & Adhesives*, Vol.25, pp.329-336, 2005.
- 4) Stratford, T. and Cadei, J.: Elastic analysis of adhesion stresses for the design of a strengthening plate bonded to a beam, *Construction and Building Materials*, Vol.20, pp.34-35, 2006.
- 5) 石川敏之, 大倉一郎, 西田貴裕, 横田季彦, 斉藤 誠: CFRP 板付着端近傍への低弾性接着剤の使用によるはく離せん断応力の低減, 構造工学論文集, Vol.54A, pp.842-849, 2008.
- 6) Linghoff, D., Haghani R. and Al-Emrani, M.: Carbon-fibre composites for strengthening steel structures, *Thin-Walled Structures*, Vol.47, pp.1048-1058, 2009.
- 7) Haghani, R., Al-Emrani, M. and Kliger, R.: Interfacial stress analysis of geometrically modified adhesive joints in steel beams strengthened with FRP laminates, *Construction and Building Materials*, Vol.23, pp.1413-1422, 2009.
- 8) Haghani, R., Al-Emrani, M. and Kliger, R.: Stress distribution in adhesive joints with tapered laminates -effect of tapering length and material properties, *Journal of Composite Materials*, Vol.44, pp.287-302, 2010.
- 9) Belakhdar, K., Tounsi, A., Benyoucef, S., Adda Bedia, E. A. and El Hassar, S. M.: On the reduction of the interfacial stresses in a repaired beam with an adhesively bonded FRP plate, *Composite Interfaces*, Vol.17, pp.1-14, 2010.
- 10) Bouchikhi, A.S., Megueni, A. Gouasmi, S. and Boukoulou, F.B.: Effect of mixed adhesive joints and tapered plate on stresses in retrofitted beams bonded with a fiber-reinforced polymer plate, *Materials and Design*, Vol.50, pp.893-904, 2013.
- 11) Cadei, J.M.C., Strafford, T.J., Hollaway, L.C. and Duckett, W.G.: Strengthening metallic structures using externally bonded fibre-reinforced polymers, CIRIA, C595, 2004.
- 12) National Research Council: Guidelines for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures, CNR-DT 202, 2007.
- 13) Schnerch, D., Dawood, M. Rizkalla, S. and Sumner, E.: Proposed design guidelines for strengthening of steel bridges with FRP materials, *Construction and Building Materials*, Vol.21,



pp.1001-1010, 2007.

- 14) 石川敏之, 大倉一郎, 小村啓太: CFRP 板の端部に段差を設けることによるはく離荷重上昇の理論解析, 土木学会論文集 A, Vol.65, No.2, pp.362-367, 2009.
- 15) 石川敏之: 端部に段差を有する CFRP 板が接着された切断鋼板の理論解析, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.4, pp.717-722, 2010.
- 16) 宮下 剛, 長井正嗣: 一軸引張りを受ける多層の CFRP が積層された鋼板の応力解析, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.2, pp.378-392, 2010.
- 17) 宮下 剛, 石川敏之: 多層の CFRP 板が積層された曲げを受ける鋼部材の応力解析, 土木学会論文集 A1, Vol.69, No.1, pp.26-39, 2013.
- 18) 石川敏之, 宮下 剛: 一軸引張を受ける CFRP 板接着鋼板に対する段差の設計法, 土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol.67, No.2, pp.351-359, 2011.
- 19) 株式会社高速道路総合研究所: 炭素繊維シートを用いた鋼構造物の補修・補強工法設計・施工マニュアル, 2013.
- 20) 松村政秀, 北田俊行, 北田 健, 並木宏徳: プレストレスを導入した CFRP による鋼桁のポストテンション補強法と補強効果に関する研究, 構造工学論文集, Vol.51A, pp.183-192, 2005.
- 21) K. Nozaka and K. Ueda, Pre-Tensioning Device of CFRP Strips for Strengthening of Cracked Steel Plates, 7th German-Japan Joint Symposium on Steel and Composite Bridges, pp. 106-107 on Book, Paper No.28 on CD, 2007.
- 22) B. Täljsten, C.S. Hansen and J.W. Schemidt, Strengthening of old metallic structures in fatigue with prestressed and non-prestressed CFRP laminates, Construction and Building Materials, Vol.23, pp.1665-1677, 2009.
- 23) 石川敏之: プレストレスが導入された CFRP 板接着・切断鋼板の理論解析, 応用力学論文集, Vol.12, pp.907-914, 2009.
- 24) 石川敏之: プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材のはく離曲げモーメント, 構造工学論文集, Vol.56A, pp.991-998, 2010.
- 25) 野阪克義, 石川敏之, 小林 朗: 部分的にプレテンションされた CFRP 板接着鋼板におけるはく離せん断応力, 構造工学論文集, Vol.57A, pp.1026-1033, 2011.

## 7 章 鋼部材の当て板接着補修・補強の設計例

### 7.1 軸力を受ける鋼部材

#### 7.1.1 対象部材

本節では，図 7.1 に示すような，トラス橋の斜材に部分腐食による断面欠損が生じた場合に対して，初期の剛性まで回復することを目的とした当て板接着補修工法の設計例を示す．対象とするトラス斜材の寸法は表 7.1 に示しており，設計活荷重によって作用する応力を 40MPa とする．上下フランジには図 7.2 に示すような，幅 150mm×長さ 370mm×深さ 9.0mm の部分的な腐食が生じたことを想定した．

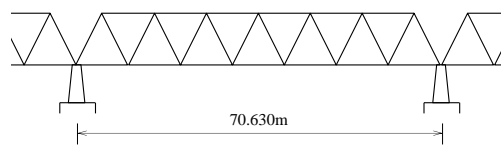


図 7.1 対象橋梁

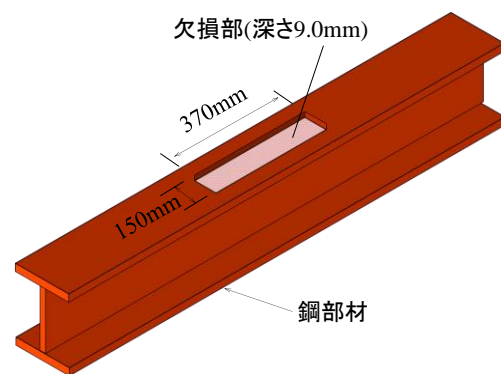


図 7.2 トラス斜材上下フランジの部分腐食

表 7.1 対象とするトラス下弦材の断面寸法

	設計断面		断面欠損量		
	幅 [mm]	厚さ [mm]	幅 [mm]	厚さ [mm]	長さ [mm]
上フランジ	300	11	150	9.0	370
ウェブ	326	9	—	—	
下フランジ	300	11	150	9.0	370

表 7.2 式(7.1)から決定した当て板の寸法と材料定数

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	層数	接着剤
鋼板	300	4.5	200	1	A
CFRP 板	300	2.0	150	3	B

### 7.1.2 当て板寸法の決定

腐食によって断面欠損が生じた鋼部材に対して当て板接着補強を行うとき、腐食によって欠損した断面積を補うように当て板の断面積が決定される。したがって、当て板の断面積は、次式を満たすように決定される。

$$NE_p A_p \geq E_s A_{sd} \quad (7.1)$$

ただし、第2章で示したように、式(7.1)から当て板の寸法を決定した場合、断面欠損部の端部では、鋼部材の応力が完全合成の値まで低減しない可能性がある。

表 7.1 で示す上下フランジに断面欠損が生じた鋼部材に対して、式(7.1)の条件を満たす当て板の例を表 7.2 に示す。当て板は鋼板および弾性率 150GPa の CFRP 板の2種類とした。鋼板は1枚のみで式(7.1)を満足するように断面寸法を決定し、CFRP 板は規格化された断面寸法のを要求される剛性に合わせて複数枚接着するのが一般的と考えられるため、今回は 2.0mm の CFRP 板を3層重ねて接着する場合の計算例を示す。同じ伸び剛性の当て板であれば、接着面積が大きくなるほどはく離しにくくなるため、当て板の幅は鋼部材上下フランジと同じ 300mm とした。それぞれの当て板の接着には第4章で用いた A および B の接着剤を用いることとする。以降に、鋼板および CFRP 板のはく離を防止するための長さの決定方法を示す。

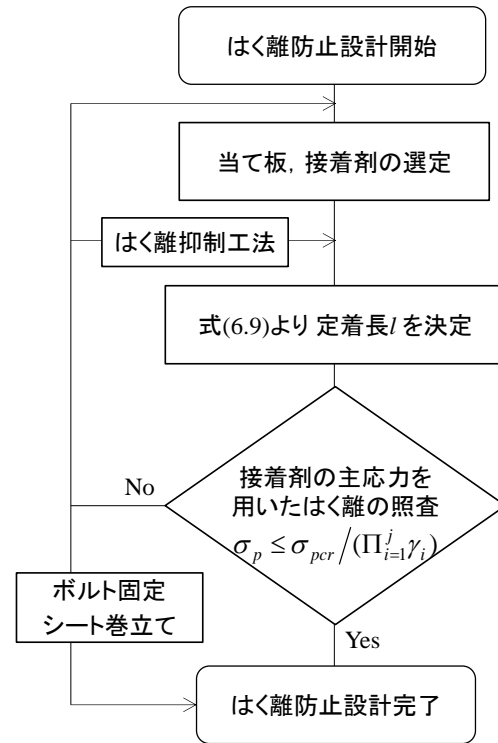


図 7.3 鋼板のはく離防止設計のフロー

### 7.1.3 鋼板のはく離防止設計

#### (a) 定着長の決定方法

軸力を受ける鋼部材に対して1枚の鋼板を接着するときにはく離を防止するための設計方法を図 7.3 に示す。式(7.1)より決定した断面寸法の鋼板に対して、鋼部材の応力低減効果を最大とするためには、断面欠損部分の長さに式(6.9)から求められる定着長  $l$  を加えた長さを当て板の全長とする。表 7.1 の鋼部材に対して表 7.2 の鋼板を当て板として用いるとき、鋼部材の応力が収束する精度  $\eta$  を 1.001 とすると、式(6.9)より、

$$l \geq \frac{1}{c_a} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{\eta - 1} \cdot \frac{2E_p A_p}{E_s A_s} \right) = \frac{1}{0.0825} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{0.001} \cdot \frac{2 \cdot 1350}{9534} \right) = 76.8 \text{ mm}$$

したがって、80mm 以上の定着長を設けることで、鋼部材の応力低減効果をほぼ最大とす

ることができる。

## (b) はく離の照査

接着剤に生じる最大主応力から、当て板のはく離を照査する。設計活荷重作用時の接着剤に生じる最大主応力  $\sigma_p$  が、要素試験から得られるはく離強度  $\sigma_{pcr}$  を部分安全係数の積  $\prod_{i=1}^j \gamma_i$  で除した値より小さくなるか照査する。接着剤のはく離に対する安全率は海外の当て板接着補強のガイドラインでも示されており、イギリスのガイドラインでは接着剤の部分安全係数として 1.25～9、イタリアのガイドラインでは 2～3 と大きく異なっている。本検討では、はく離強度として、第5章で示した接着剤 A の最大主応力の平均値である 59.6MPa を用い、部分安全係数の積  $\prod_{i=1}^j \gamma_i$  を 3 として、はく離に対する照査を行う。

当て板端部の位置の接着剤に生じる高いせん断応力と垂直応力は、式(2.32)および式(2.33)から求めることができる。外力として鋼部材に 40MPa の応力が生じるとすると、接着剤に生じるせん断応力と垂直応力は、

$$\begin{aligned}\bar{\tau}(l) &= \frac{c_a}{2b_p} (1 - \xi_0) P = \frac{0.0825}{2 \cdot 300} (1 - 0.779) \cdot 40 \cdot 9534 = 11.6 \text{MPa} \\ \overline{\sigma_y}(l) &= 2W_a \frac{\omega_a}{c_a} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{c_a}{\omega_a} \right)^3 - \frac{c_a}{\omega_a} + 2 \right\} \bar{\tau}(l) = 2 \cdot 0.0924 \cdot \frac{1}{0.384} \left\{ \frac{1}{2} \cdot 0.384^3 - 0.384 + 2 \right\} \cdot 11.6 \\ &= 9.2 \text{MPa}\end{aligned}$$

接着剤の最大主応力は式(5.4)より、

$$\sigma_p = \frac{\sigma_y(l)}{2} + \sqrt{\left\{ \frac{\sigma_y(l)}{2} \right\}^2 + \tau(l)^2} = \frac{9.2}{2} + \sqrt{\left( \frac{9.2}{2} \right)^2 + 11.6^2} = 17.1 \text{MPa} \leq \sigma_{pcr} / \prod_{i=1}^j \gamma_i$$

したがって、表 7.2 に示す鋼板を用いる場合、当て板をはく離させずに補修することができる。接着剤に生じる最大主応力が大きい場合には、当て板端部のテーパ処理、リバーステーパ処理を行い、FEM 解析から最大主応力を求めるか、弾性係数およびせん断弾性係数が小さい接着剤を用いるなどの対策を行い、再度定着長の決定およびはく離の照査を行う。これらのはく離抑制工法を用いても接着剤に生じる最大主応力が大きい場合には、当て板端部をボルトやシートなどで機械的に母材へ固定するなどの対策が必要となる。

### 7.1.4 CFRP 板のはく離防止設計

#### (a) 定着長の決定方法

軸力を受ける鋼部材に対して 3 枚の CFRP 板を積層接着するときに、はく離を防止するための設計概念を図 7.4 に示す。当て板を複数枚積層する場合には、まず全ての当て板の端部を揃えて接着したときの接着剤の最大主応力が、はく離強度  $\sigma_{pcr}$  を部分安全係数の積  $\prod_{i=1}^j \gamma_i$  で除した値より小さくなるか照査する。接着剤の最大主応力が小さい場合には、全ての当て板の端部を揃えて接着することができる。

3 枚の CFRP 板の端部を揃えて接着するとき、鋼部材の応力が収束する精度  $\lambda_N$  を 0.9997 とすると、式(6.9)より鋼部材の応力の低減効果が最大となるための定着長  $l_N$  は、

$$l_N \geq \frac{1}{c_a} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{\eta - 1} \cdot \frac{2E_p A_p}{E_s A_s} \right) = \frac{1}{0.0480} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{0.001} \cdot \frac{2 \cdot 150000 \cdot 1350}{200000 \cdot (9534 + 4 \cdot 600 \cdot 3/4)} \right) \\ = 128.5 \text{mm}$$

したがって、130mm 以上の定着長を設けることで、鋼部材の応力低減効果をほぼ最大とすることができる。

### (b) はく離の照査

CFRP 板の接着に用いる接着剤 B のはく離に対する強度  $\sigma_{per}$  は、5.8 節の結果から、18.0MPa とし、部分安全係数の積  $\Pi_{i=1}^j \gamma_i$  は鋼板の場合と同様に 3 とする。

式(6.27)から、最下層の接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を算出すると、当て板端部の位置の最大値はそれぞれ  $\tau = 8.6 \text{MPa}$ 、 $\sigma_y = 7.4 \text{MPa}$  となる。接着剤の最大主応力は式(5.4)より、

$$\sigma_p = \frac{8.6}{2} + \sqrt{\left(\frac{8.6}{2}\right)^2 + 7.4^2} = 13.1 \text{MPa} \geq \sigma_{per} / \Pi_{i=1}^j \gamma_i$$

本検討では、全ての当て板の端部を揃えて接着するときの最大主応力  $\sigma_p$  が、はく離強度  $\sigma_{per}$  を部分安全係数の積  $\Pi_{i=1}^j \gamma_i$  で除した値より大きくなったため、2mm の CFRP 板を積層して用いる場合には、はく離抑制工法や当て板端部を機械的に固定する方法を検討する必要がある。複数枚の CFRP 板を接着する場合には当て板端部を段差状に接着することによって、接着剤の最大主応力を簡易に低減できる。本検討では定着長よりも外側で当て板を段差状にし、接着剤の最大主応力を低減させるときの設計例を次に示す。

### (c) 段差状接着

当て板の段差状接着の設計方法は、図 7.4 の右列に示すように、まず 1 段目の段差長を式(6.36)より決定する。

$$l_1 \geq \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^i (D_j / D_i)}}{c_{a1}} \tanh^{-1} \lambda_1 = \frac{1}{0.0837} \tanh^{-1}(0.9997) = 52.0 \text{mm}$$

したがって、1 段目の段差を 55mm 以上とする。

1 段目の段差を式(6.9)より決定したときの 1 層目の接着剤に生じる最大主応力を算出し、はく離の照査を行う。式(6.27)から、最下層の接着剤に生じるせん断応力および垂直応力を算出すると、当て板端部の位置の最大値はそれぞれ  $\tau = 10.8 \text{MPa}$ 、 $\sigma_y = 6.5 \text{MPa}$  となる。式(5.4)より、接着剤の最大主応力は、

$$\sigma_p = \frac{6.5}{2} + \sqrt{\left(\frac{6.5}{2}\right)^2 + 10.8^2} = 14.5 \text{MPa}$$

1 層目の接着剤に生じる最大主応力が、はく離強度  $\sigma_{per}$  を部分安全係数の積  $\Pi_{i=1}^j \gamma_i$  で除した値より大きい場合には、CFRP 板の一枚当たりの厚さを小さくする、弾性係数の小さい

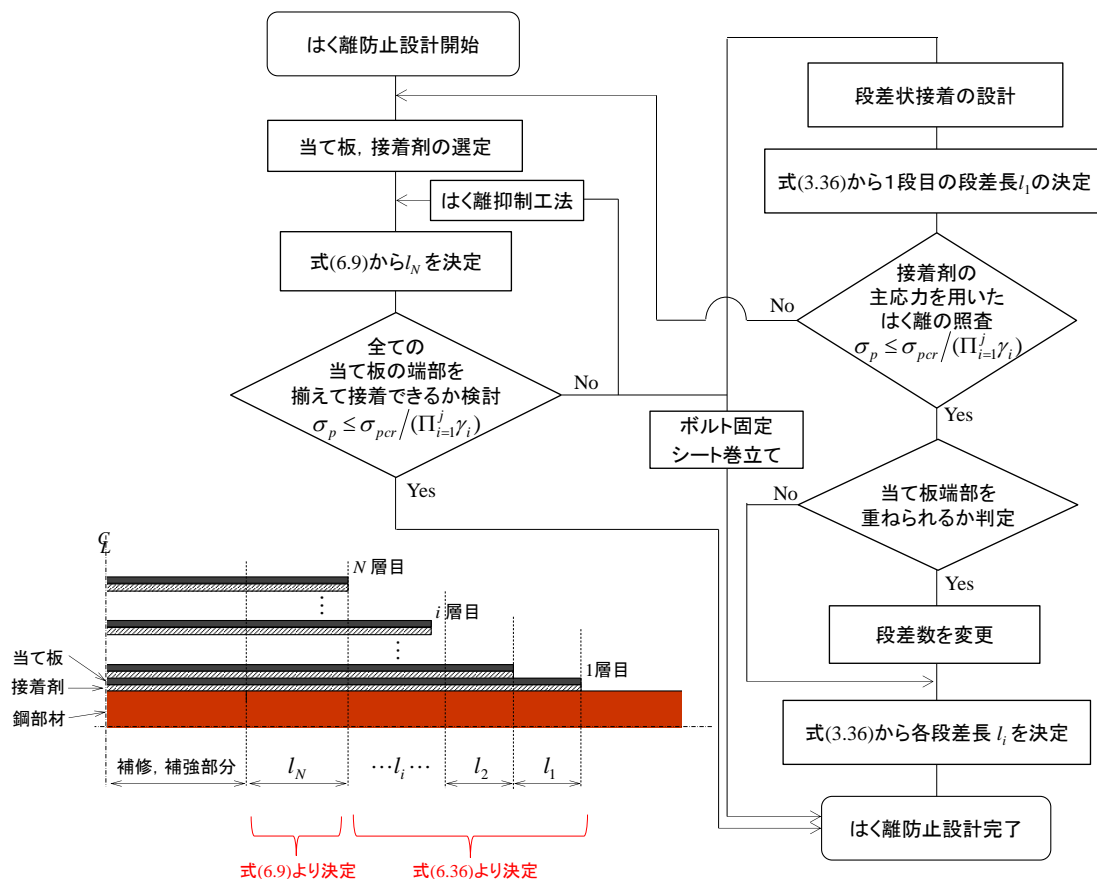


図 7.4 鋼板のはく離防止設計のフロー

CFRP 板を用いる，弾性係数の小さい接着剤を用いるなどの変更を行う。

2 段目以降の段差長を決定するには，まず式(6.34)を用いて複数の当て板の端部を重ねて接着できるか判定する．本検討では，最下層の CFRP 板を除く 2 枚の CFRP 板の端部を揃えて接着できるか検討する．式(6.34)の右辺より，

$$\frac{\sqrt{X \left\{ XZ^2 + \frac{4(Z+1)}{D_{IX}} \left( \frac{T_1}{T_{IX}} \right)^2 \right\} - \{(X-2)Z+2\}}}{2Z} = \frac{\sqrt{2 \{ 2 \cdot 0.0944^2 + 4 \cdot (0.0944+1) \}} - 2}{2 \cdot 0.0944}$$

$$= 5.11 \geq 2$$

したがって，本設計例では 2 枚の CFRP 板の端部を揃えて接着することはできない。

2 段目の段差長は式(6.36)より決定する。

$$l_2 \geq \frac{1}{0.0589} \tanh^{-1}(0.9997) = 73.8 \text{ mm}$$

以上の検討から，腐食による断面欠損を有する鋼部材に対して，接着補修に用いる鋼板および CFRP 板のはく離を防止するための長さを図 7.5 に示す。

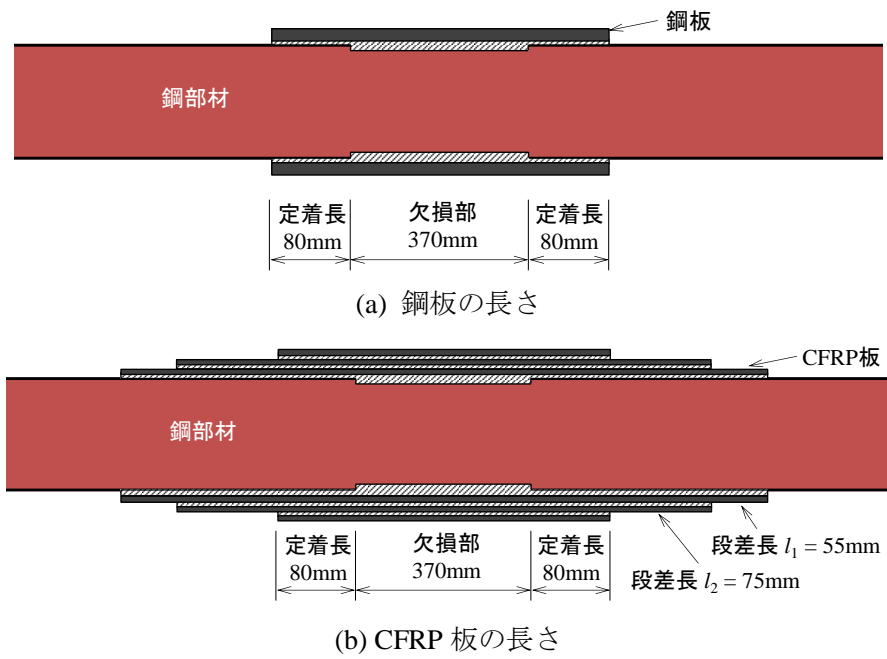


図 7.5 軸力を受ける接着補修に用いる鋼板および CFRP 板の長さ

## 7.2 曲げを受ける鋼部材

### 7.2.1 対象部材

本節では，図 7.6 に示すような，設計荷重の増加によって補強が必要となったトラス橋の横桁に対して，当て板接着によって曲げ剛性あるいは耐荷力を増加させる場合にはく離を防止するための設計例を示す．対象橋梁および対象部材の寸法を図 7.6，表 7.6 に示す．

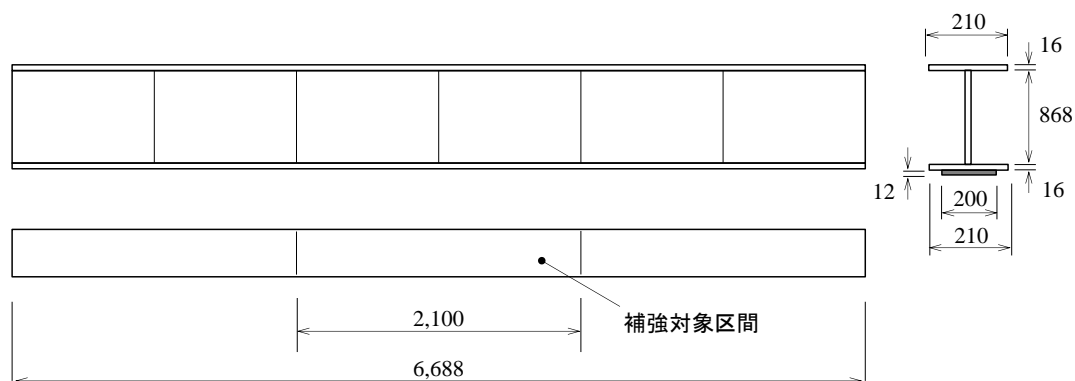


図 7.6 対象とする横桁

表 7.3 対象とする横桁の断面寸法

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]
上フランジ	210	16	210
ウェブ	868	9	
下フランジ	210	16	

表 7.4 式(7.2)から決定した当て板の寸法と材料定数

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	層数	接着剤
鋼板	200	9.0	210	1	A
CFRP 板	200	2.0	150	6	B

### 7.2.2 当て板寸法の決定

当て板による補強量は必要とされる曲げ剛性の増加率から，次式を用いて決定する．

$$\rho \geq I_v / I_s \quad (7.2)$$

今回の例では，曲げ剛性が約 1.17 倍以上になるように当て板の寸法を決定することとした．式(7.2)を満足するように決定された当て板の寸法および材料定数を表 7.3 に示す．7.1 節と同様に，当て板には鋼板および弾性率 150GPa の CFRP 板の 2 種類を用いた．鋼板は 1 枚のみで式(7.2)を満足するように断面寸法を決定し，CFRP 板は 2mm のものを 6 枚重ねて接着することとした．当て板の幅は鋼部材上下フランジとほぼ同じ 200mm としている．それぞれの当て板の接着には第 4 章で用いた A および B の接着剤を用いることとする．以降



に、鋼板および CFRP 板のはく離を防止するための長さの決定方法を示す。

### 7.2.3 鋼板のはく離防止設計

#### (a) 定着長の決定方法

曲げモーメントを受ける鋼部材に対して 1 枚の鋼板を接着するときにはく離を防止するための設計方法を図 7.7 に示す。式(7.2)より決定した断面寸法の鋼板に対して、鋼部材の応力低減効果を最大とするためには、断面欠損部分の長さに次式で示す定着長  $l$  を加えた長さを当て板の全長とする。

$$l \geq \frac{1}{c_b} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{1-\lambda} \right) \quad (7.3)$$

表 7.3 の鋼部材に対して表 7.2 の鋼板を当て板として用いるとき、鋼部材の応力が収束する精度  $\lambda$  を 0.999 とすると、式(7.3)より、

$$l \geq \frac{1}{c_b} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{1-\lambda} \right) = \frac{1}{0.0591} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{1-0.999} \right) = 128.6 \text{ mm}$$

したがって、130mm 以上の定着長を設けることで、鋼部材の応力低減効果をほぼ最大とすることができる。

#### (b) はく離の照査

当て板端部の位置の接着剤に生じる最大主応力から、当て板のはく離を照査する。設計活荷重作用時の接着剤に生じる最大主応力  $\sigma_p$  が、要素試験から得られるはく離強度  $\sigma_{per}$  を部分安全係数の積  $\prod_{i=1}^j \gamma_i$  で除した値より小さくなるか照査する。当て板接着鋼部材が軸力を受ける場合と曲げモーメントを受ける場合では部分安全係数が異なると考えられるが、今回の計算例では、同じ部分安全係数を用いる。

当て板端部の位置の接着剤に生じる高いせん断応力と垂直応力は式(3.61)と式(3.62)から求めることができる。せん断応力と垂直応力はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \bar{\tau}(l) &= -\frac{c_b K}{b_p a} \left\{ M(l) - \frac{Q(l)}{c_b} - \frac{q}{c_b^2} \right\} = -\frac{0.059 \cdot 0.150}{200 \cdot 455} \left\{ 122374200 + \frac{29500}{0.059} - \frac{25}{0.059^2} \right\} \\ &= -11.9 \text{ MPa} \end{aligned}$$

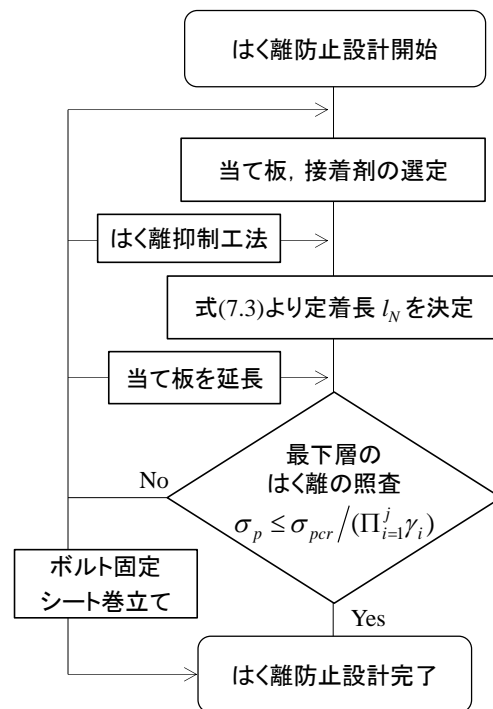


図 7.7 鋼板のはく離防止設計のフロー

$$\begin{aligned}
\overline{\sigma}_y(l) &= \frac{\omega_b}{b_p} \left[ W_b \frac{K}{a} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{c_b}{\omega_b} \right)^3 - \frac{c_b}{\omega_b} \right\} \left\{ M(l) - \frac{q}{c_b^2} \right\} + 2\omega_b \left( 1 - \frac{1}{Z_1} \right) M(l) \right. \\
&\quad \left. - 2 \left( 1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q(l) - \left( \frac{JK}{aZ_1} - \frac{1}{Z_1} + 1 \right) \frac{q}{\omega_b} \right] \\
&= \frac{0.128}{200} \left[ 0.263 \cdot \frac{0.150}{455} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \cdot 0.462^3 - 0.462 \right\} \left\{ 122374200 - \frac{25}{0.059^2} \right\} \right. \\
&\quad \left. + 2 \cdot 0.128 \cdot \left( 1 - \frac{1}{1.00} \right) \cdot 122374200 - 2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{1.00} + \frac{4.45 \cdot 0.15}{455 \cdot 1.00} \right) \cdot 29500 \right. \\
&\quad \left. - \left( \frac{4.45 \cdot 0.15}{455 \cdot 1.00} - \frac{1}{1.00} + 1 \right) \frac{25}{0.128} \right] \\
&= 10.9 \text{ MPa}
\end{aligned}$$

接着剤の最大主応力は式(5.4)より,

$$\sigma_p = \frac{10.9}{2} + \sqrt{\left( \frac{10.9}{2} \right)^2 + (-11.9)^2} = 18.6 \text{ MPa} \leq \sigma_{pcr} / \Pi_{i=1}^j \gamma_i$$

したがって、補強部の長さで定着長から鋼板の全長を決定することによってはく離を防止することができる。

接着剤の最大主応力がはく離強度  $\sigma_{pcr}$  を部分安全係数の積  $\Pi_{i=1}^j \gamma_i$  で除した値より大きくなる場合には、はく離抑制工法を用いたり、当て板端部をボルトやシートで固定する方法を用いる。また、式(3.61)および式(3.62)で示したように、当て板端部の位置に生じる接着剤のせん断応力と垂直応力が、当て板端部の位置に作用する断面力（せん断力、曲げモーメント）の関数となっていることから、当て板端部の位置を断面力が小さい範囲まで延長することによって、当て板のはく離を防止することができる。

#### 7.2.4 CFRP 板のはく離防止設計

##### (a) 定着長の決定方法

曲げモーメントを受ける鋼部材に対して複数枚の当て板を重ねて接着するとき、定着長の決定方法や、当て板の段差状接着などの設計方法は明らかになっていない。そこで、6枚の当て板を接着した積層板を一枚の当て板と見なし、図 7.7 で示した鋼板のはく離防止設計と同じ方法を用いて、当て板の定着長の決定やはく離の照査を行うこととする。

当て板が複数枚接着されているとき、接着剤の層が複数あるため、接着剤の層が 1 層のみの場合に比べて当て板への応力の伝達が緩やかになり、鋼部材の応力が十分に低減するのに必要な定着長が長くなる。この影響を考慮するため、6枚の CFRP 板から成る積層板の定着長を求める際には、接着剤の厚さを全ての層の接着剤の厚さの和とする。積層板の定着長は、

$$l_N \geq \frac{1}{c_b} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{1-\lambda} \right) = \frac{1}{0.0153} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{1-0.999} \right) = 496.6 \text{ mm}$$

したがって、500mm 以上の定着長を設けることで、鋼部材の応力低減効果をほぼ最大とすることができる。

## (b) はく離の照査

鋼板の場合と同様に、式(3.61)および式(3.62)を用いて当て板端部の位置に生じる接着剤のせん断応力と垂直応力を算出し、それらを式(5.4)に代入することによって、接着剤の最大主応力を算出する。式(3.61)および式(3.62)では、接着剤のせん断応力および垂直応力を安全側に算定するため、接着剤の厚さは1層目のみの接着剤の厚さを用いる。

当て板端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力は式(3.61)と式(3.62)より、

$$\begin{aligned} \bar{\tau}(l) &= -\frac{0.037 \cdot 0.150}{200 \cdot 456.5} \left\{ 109747950 + \frac{38750}{0.037} - \frac{25}{0.037^2} \right\} = -6.8 \text{ MPa} \\ \bar{\sigma}_y(l) &= \frac{0.088}{200} \left[ 0.222 \cdot \frac{0.150}{456.5} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \cdot 0.424^3 - 0.424 \right\} \left\{ 122374200 - \frac{25}{0.037^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + 2 \cdot 0.088 \cdot \left( 1 - \frac{1}{1.00} \right) \cdot 122374200 + 2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{1.00} + \frac{5.99 \cdot 0.15}{456.5 \cdot 1.00} \right) \cdot 38750 \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{5.99 \cdot 0.15}{456.5 \cdot 1.00} - \frac{1}{1.00} + 1 \right) \frac{25}{0.088} \right] \\ &= 5.9 \text{ MPa} \end{aligned}$$

接着剤の最大主応力は式(5.4)より、

$$\sigma_p = \frac{5.9}{2} + \sqrt{\left( \frac{5.9}{2} \right)^2 + (-6.8)^2} = 7.4 \text{ MPa} \geq \sigma_{pcr} / \Pi_{i=1}^j \gamma_i$$

今回の計算例では、補強部の長さや定着長から CFRP 板の全長を決定した場合、接着剤の最大主応力が、はく離強度  $\sigma_{pcr}$  を部分安全係数の積  $\Pi_{i=1}^j \gamma_i$  で除した値より大きくなる。したがって、当て板端部をボルトやシートで固定するか、はく離抑制工法を用いるなどの対策を行う必要がある。当て板端部のテーパ処理、低弾性接着剤の使用などは、理論解析を用いて簡易に算出する方法が提案されていないため、FEM 解析や実験から最大主応力の低減効果やはく離荷重向上効果を確認する。同様に、当て板端部を段差状に接着する方法も有効であるが、曲げモーメントを受ける場合には、現在のところ段差長の設計方法が提案されていない。段差状に接着した場合の接着剤のせん断応力と垂直応力は高精度解と同様の方法で計算する方法が提案されている<sup>1)</sup>。

また、曲げモーメントを受ける鋼部材に当て板を接着するときには、はく離抑制工法や当て板端部の機械的な固定を行わない場合でも、当て板端部の位置を断面力が小さい範囲まで延長することによって、当て板のはく離を防止することができる。図 7.8 は、当て板端部の位置を変化させたときの、当て板端部の位置に生じるせん断応力、垂直応力および最

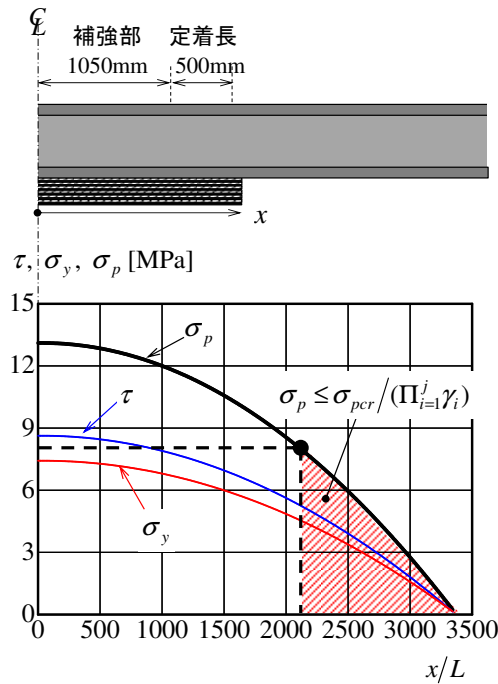


図 7.8 CFRP 板端部の接着剤に生じるせん断応力，垂直応力および最大主応力

大主応力の関係であり，接着剤に生じる最大主応力は式(5.4)に式(3.61)および式(3.62)を代入することによって算出した．この図の計算では，例として補強前の鋼部材下面の応力が約 35MPa となるような等分布荷重  $q = 25\text{kN/m}$  を用いた．この図から，当て板の端部の位置がスパン中央に近いほど，当て板端部の接着剤に生じるせん断応力，垂直応力，最大主応力の値は大きく，当て板端部を支点近くまで延長するときこれらの値は小さくなっている．図 7.8 には，接着剤に生じる最大主応力が  $\sigma_{per} \leq \sigma_{per} / \Pi_{i=1}^j \gamma_i$  となる当て板端部の位置を示している．今回の計算例では，6 枚重ねた CFRP 板の長さが鋼部材中央から 2118mm 以上のとき， $\sigma_{per} \leq \sigma_{per} / \Pi_{i=1}^j \gamma_i$  を満足する．したがって，6 枚の CFRP 板の端部を揃えて接着する場合であっても，接着半長さを 2120mm 以上とすることによって，はく離を防止することができる．

#### 【参考文献】

- 1) 宮下 剛，石川敏之：多層の CFRP 板が積層された曲げを受ける鋼部材の応力解析，土木学会論文集 A1, Vol.69, No.1, pp.26-39, 2013.



## 第8章 結論

本研究では、鋼部材の簡易かつ迅速に補修・補強方法することができる当て板接着工法に着目し、課題であるはく離を防止する方法に取り組んだ。本文では、これまでに明らかにされていなかった当て板のはく離に対する破壊基準を求め、はく離に対する照査方法を示した。また、当て板がはく離しやすい条件に対しては、当て板のはく離抑制工法を示し、そのはく離荷重の向上効果を定量的に評価する方法を示した。

第1章では、鋼部材の簡易かつ迅速な補修・補強方法として、当て板接着工法の有効性を施工事例とともに示している。また、当て板接着補強の課題として、鋼部材の応力を完全合成理論の値まで低下させるために定着長が必要であることと、当て板がはく離する可能性を挙げた。本論文では主に当て板のはく離の防止をテーマとし、はく離の照査方法の確立とはく離抑制工法の開発の2つの目的を示した。

第2章では、理論解析から、当て板を接着した鋼部材に外力が作用することによって鋼部材、当て板および接着剤に生じる応力を導出した。当て板接着鋼部材の微小区間の力のつり合いから、連立微分方程式を導出し、これを近似的あるいは数値的に解くことによって鋼部材、当て板および接着剤に生じる応力を求める方法を示した。さらに、同様の手法で、異なる境界条件を与えることによって、鋼部材が切断されている場合および腐食によって鋼部材に断面欠損がある場合に対しても、鋼部材、当て板および接着剤に生じる応力を導出した。理論解析から、次の結果を得た。

- ① 当て板接着工法では、鋼部材の応力が接着剤を介して徐々に当て板に伝達されるため、鋼部材の応力を完全合成の値まで低減させるためには、定着長が必要となる。
- ② 当て板の端部付近では、接着剤に高いせん断応力と垂直応力が生じる。当て板端部の位置に生じる垂直応力の値は、せん断応力に断面寸法から決定される係数を乗じた値となっている。
- ③ 切断されている鋼部材に当て板を接着した場合には、鋼部材の切断縁付近でも接着剤に生じるせん断応力と垂直応力が大きくなる。
- ④ 接着する当て板の板厚が大きくなると、当て板端部の位置に生じるせん断応力と垂直応力が大きくなり、はく離しやすくなる。鋼部材が切断されている場合には、接着する当て板の板厚が小さくなるほど、接着剤のせん断応力と垂直応力が大きくなる。
- ⑤ 断面欠損を有する鋼部材に対して当て板接着補修を行う際には、欠損した断面積と同じ断面積の当て板を接着しても、鋼部材の応力が健全な状態まで回復しない。

第3章では、第2章と同様の方法を用いて、片面に当て板が接着された鋼部材に曲げモーメントが作用したときに鋼部材、当て板、接着剤に生じる応力を導出した。単純支持の当て板接着鋼部材に等曲げモーメント、集中荷重および等分布荷重がそれぞれ作用する場合と、片持ち支持の当て板接着鋼部材に等分布荷重と集中荷重が同時に作用する場合に対して理論解析を行った。

- ① 曲げモーメントを受ける鋼部材に当て板を接着するとき、当て板の中央に近くなると鋼部材の応力は完全合成理論の値まで低減する。
- ② 軸力を受ける場合と同様に、鋼部材が曲げモーメントを受ける場合でも、当て板端部の位置に高いせん断応力と垂直応力が生じる。
- ③ どのような支持条件、載荷条件であっても、当て板端部の位置に生じる断面力（曲げモーメント、せん断力）を用いることによって、当て板端部の位置に生じる高いせん断応力と垂直応力を算出することができる。

第4章では、当て板のはく離強度を検証するため、当て板を接着した鋼部材に対して引張試験および曲げ試験を行った。引張試験では第2章と同様に、一般の鋼板の両面に当て板を接着した試験体の他に、母材鋼板が切断縁および断面欠損を有する場合についても試験を行った。曲げ試験では、単純支持の4点曲げ載荷試験と片持ち支持の集中荷重載荷試験の2種類の載荷方法を行った。いくつかの試験体については幅や厚さの異なる当て板を鋼部材に接着して当て板のはく離しやすい形状を検討した。載荷試験より得られた結果を次に示す。

- ① 当て板の端部付近や、鋼部材の断面欠損部では、当て板の分担する応力が完全合成理論より小さい。
- ② 接着する当て板の寸法によっては、鋼部材が降伏する前に当て板のはく離する可能性がある。
- ③ 引張試験、曲げ試験のどちらも、接着面積が同じ場合、接着する当て板の板厚が大きくなるほど当て板のはく離する荷重が小さくなる。
- ④ 曲げ試験では、鋼部材の曲げ引張側に当て板を接着するよりも曲げ圧縮側に当て板を接着した方が、当て板のはく離する荷重が大きくなった。

第5章では、これまでに明らかにされてこなかった、当て板のはく離に対する破壊基準について検討した。この章では、第2章、第3章で求めた接着剤に生じるせん断応力や垂直応力を用いた破壊基準から、第4章の載荷試験の結果を評価した。破壊基準として、接着剤の最大せん断応力、クーロンの破壊規準、最大主応力、ミーゼス応力、合成応力度、エネルギー解放率を比較し、それぞれの破壊基準に基づく破壊包絡線の特徴を示し、第4章の試験結果を統計的に評価した。得られた結果を次に示す。

- ① 軸力を受ける鋼部材に対して接着された当て板のはく離を評価する場合には、どの破壊基準を用いても同程度にはく離を評価できる。
- ② 曲げモーメントを受ける鋼部材に対して接着された当て板のはく離を評価する場合には、接着剤に生じる最大主応力がある値となったときに当て板がはく離した。このことから、どのような寸法あるいは荷重条件であっても、接着剤の最大主応力の値から当て板のはく離を照査できると考えられる。

第6章では当て板端部の接着剤に生じる主応力を低減することによって、当て板のはく離を抑制する方法を示した。これまでに提案されている当て板端部のテーパ処理、リバーステーパ処理、接着剤端部のフィレット処理および当て板端部付近への低弾性接着剤の使用を行った場合の接着剤の最大主応力の低減率を比較することで、はく離荷重の向上効果を定量的に評価した。また、当て板を複数枚重ねて接着するときのはく離抑制工法である、当て板の段差状接着に対して、当て板のはく離抑制効果を維持したまま、各段差の長さを最短とする方法を示した。また、各段差を最適な長さとした試験体を実際に作成し、引張試験を行ってはく離抑制効果を確認した。さらに、当て板に緊張力を与えて接着するときのはく離抑制工法として、当て板端部付近のみに緊張力を与えない方法を提案し、当て板接着鋼部材が曲げモーメントを受ける場合に対してはく離荷重向上効果を示した。当て板の段差状接着と同様に、実際に試験体を作成し、はく離荷重の向上効果を確認した。得られた結果を次に示す。

- ① 当て板端部のテーパ処理や低弾性接着剤を使用した場合に、はく離荷重が大きく向上することがわかった。
- ② 接着剤の端部をフィレット状に処理することによる、はく離荷重の向上効果は1～2割程度であるが、簡易にはく離荷重を抑制できる方法として有効であると考えられる。
- ③ 当て板を段差状に接着するとき、それぞれの段差端部の接着剤に生じるせん断応力が収束する長さから各段差長を決定することによって、はく離抑制効果を最大としたまま当て板の長さを短くすることができる。
- ④ 当て板に緊張力を導入して接着するとき、当て板端部に一定の長さの非緊張部を設けることによって、緊張力の解放時に当て板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を0とすることができる。

第7章では、軸力を受ける鋼部材および曲げモーメントを受ける鋼部材に対して、当て板をのはく離を防止する設計方法の手順をケーススタディで示している。この章では、当て板として鋼板を用いる場合とCFRP板を用い、具体的にはく離の照査方法を示し、鋼部材が軸力を受ける場合に対してははく離抑制工法として、段差状接着の設計方法も示している。



以上のように、本論文では、当て板のはく離を防止するための照査方法を確立し、はく離抑制工法によるはく離荷重向上効果を明確にした。本研究の成果によって、時間的・経済的コストを費やしてはく離に対する検討を行う労力を軽減することができ、当て板接着工法を有効的に利用できると考えられる。

## 謝辞

本論文は、鋼部材を簡易に補修・補強できる当て板接着工法の課題である、当て板のはく離の防止方法に取り組んだ研究であり、これまで示されてこなかった当て板のはく離の照査方法の確立と、はく離抑制工法の提案・定量的評価を行ったものです。

本論文の作成にあたって、著者が所属する京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻、構造物マネジメント工学講座の河野広隆教授、服部篤史准教授および社会基盤工学専攻、構造工学講座構造材料学分野の宮川豊章教授には大変お忙しい中、論文の審査をしていただきました。また、同講座の石川敏之助教には、実験器具の使用方法から論文の校正、学会発表のスライド作成の指導に至るまで、常日頃より直接的に研究活動の世話をさせていただきました。本論文を完成させることができたのもひとえに先生方のご指導の賜物であります。この場を借りて、深く感謝申し上げます。

本論文の実験を行うにあたっては、コニシ株式会社の堀井久一様に接着剤を提供していただきました。また、新日鉄住金マテリアルズ株式会社 コンボジット社の秀熊佑哉様には、CFRP 板と接着剤を提供していただきました。実橋での当て板接着の試験施工では、同講座の社会人ドクターである、阪神高速道路株式会社の青木康素様に現場の手配等をしていただきました。また、同講座のメンバーであり、同じ当て板接着工法の研究を行っている修士2回生の坂野亮太氏、学部4回生の西木晴彦氏にはひずみゲージの設置作業や試験機の設置などの作業を手伝っていただきました。同講座の修士課程を修了した現 長瀬産業株式会社の大倉慎也氏には曲げ試験のデータの蓄積や、はく離によるエネルギー解放率の導出等にご尽力いただきました。この場を借りて厚く御礼申し上げます。

研究室のメンバーには研究活動以外にもお世話になり、ゼミ発表等で互いに高め合いがら成長することができました。また、構造工学講座構造材料学分野の皆様には、合同発表練習で貴重な意見をいただきました。今後とも末永くお付き合いお願いいたします。

最後になりましたが、著者が本学に入学し研究を行うことができたのは、育ててくれた両親や兄弟のおかげであります。ここに併せて感謝の意を表します。

# 論文リスト

## 学位論文の内容に関連する論文

### 【査読付き論文】

- 1) 清水 優, 石川敏之, 服部篤史, 河野広隆: プレストレス導入 CFRP 板接着鋼部材のはく離曲げモーメント向上法の提案, 土木学会論文集 A2 (応用力学) Vol.67, No.2 (応用力学論文集 Vol.14), pp.I\_777-784, 2011.
- 2) 石川敏之, 清水 優, 服部篤史, 河野広隆: 作用外力が CFRP 板接着鋼部材の接着剤に生じる応力に与える影響, 土木学会論文集 A2 (応用力学) Vol.68, No.2 (応用力学論文集 Vol.15), pp.I\_715-726, 2012.
- 3) 清水 優, 大倉慎也, 石川敏之, 服部篤史, 河野広隆: 鋼部材に接着された当て板のはく離によるエネルギー解放率, 土木学会論文集 A2 (応用力学) Vol.69, No.2 (応用力学論文集 Vol.16), pp.I\_701-710, 2013.
- 4) 石川敏之, 清水 優, 服部篤史, 河野広隆: 断面欠損した鋼板の当て板補修効果, 土木学会論文集 A2 (応用力学) Vol.69, No.2 (応用力学論文集 Vol.16), pp.I\_595-604, 2013.
- 5) 清水 優, 石川敏之, 服部篤史, 河野広隆, 堀井久一: 鋼板に接着された当て板の寸法のはく離荷重に与える影響, 鋼構造年次論文報告集, 第 21 巻, pp.208-215, 2013.

### 【国際会議発表論文】

- 1) Shimizu, M., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H.: Improvement of debonding bending moment of pre-tensioned CFRP plates bonded onto steel members, The twenty-fourth KKCNN Symposium on Civil Engineering, Hyogo, Japan, pp.309-312, 2011.
- 2) Shimizu, M., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H.: Improvement of debonding bending moment of pre-tensioned CFRP plates bonded onto steel members, Asia-Pacific Conference on FRP in Structures, APFIS, Sapporo, Japan, Paper No. S2A02, 2012.
- 3) Shimizu, M., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H.: Adhesive stresses of steel members strengthened by externally bonded CFRP plates, 9<sup>th</sup> German-Japan Bridge Symposium, pp.151-152 on Book, Paper No.4A-01 on CD, 2012.
- 4) Shimizu, M., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H.: Adhesive stresses of steel members strengthened with CFRP Plates, The twenty-fifth KKCNN Symposium on Civil Engineering, Busan, Korea, pp.501-504, 2012.
- 5) Shimizu, M., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H. Simple equations of shear and normal stresses at the ends of CFRP plate bonded onto steel member, Proceedings of The Asia-Pacific Conference on FRP in Structures, APFIS, Melbourne, Australia, Paper No.17, 2013.

#### 【その他の論文】

- 1) Shimizu, M., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H, Convergent Stresses at The Adhesive Ends of A Steel Member Strengthened with Carbon Fiber Reinforced Polymer Plates, International Journal of Architecture, Engineering and Construction, Vol.1, No.4, pp. 187-198, 2012.

#### 学位論文の内容に関連しない論文

#### 【査読付き論文】

- 1) 上中宏二郎, 清水 優, 鬼頭宏明：二重鋼管・コンクリート合成深はりの曲げせん断実験, コンクリート工学年次論文集, Vol.30, No.3, pp.1321-1326, 2008.
- 2) 石川敏之, 清水 優, 梶 一, 河野広隆, 山田健太郎：ICR 処理による疲労強度向上効果に圧縮の過荷重が与える影響, 鋼構造年次論文報告集, 第 19 巻, pp.345-350, 2011.
- 3) 石川敏之, 清水 優, 小塩達也, 渡邊 英, 山田健太郎：デッキプレート厚 12mm と 16mm を有する鋼床版に生じるひずみの計測, 鋼構造論文集, Vol.19, No.76, pp.97-106, 2012.
- 4) 石川敏之, 清水 優, 三輪浩二, 河野広隆, 山田健太郎：縦桁ウェブき裂に設けたストップホール縁の応力集中低減法, 鋼構造年次論文報告集, 第 20 巻, pp.571-576, 2012.
- 5) 清水 優, 石川敏之, 服部篤史, 河野広隆：ずれ止めを有するコンクリート充填二重鋼管構造の曲げ特性, コンクリート工学年次論文集, Vol.34, No2, pp.1201-1206, 2012.
- 6) 清水 優, 石川敏之, 服部篤史, 河野広隆：鋼管－コンクリート界面に設けたずれ止めがコンクリート充填二重鋼管部材の曲げ特性に与える影響, コンクリート工学論文報告集, Vol.24, 2014.

(印刷中)

#### 【国際会議発表論文】

- 1) Shimizu, M., Uenaka, K., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H.: Ultimate behavior of Deep Concrete Filled Double Steel Tubular Beams under Bending and Shear, The twenty-third KKCNN Symposium on Civil Engineering, Taipei, pp.33-36, 2010.
- 2) Ishikawa, T., Shimizu, M., Tomo, H., Kawano, H. and Yamada, K.: Effect of Compression Overload on Fatigue Strength Improved by ICR Treatment, The 6<sup>th</sup> International Symposium on Steel Structures, November 3-5, 2011, Seoul, Korea, pp.339-344, 2011.
- 3) Shimizu, M., Tatsumi, F., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H.: Ultimate strength of Concrete filled double steel tubular with shear connector, The 6<sup>th</sup> International Symposium on Steel Structures, November 3-5, 2011, Seoul, Korea, pp.789-793, 2011.

#### 【その他の論文】

- 1) Shimizu, M., Tatsumi, F., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H.: Experimental Study on Ultimate Strength of Concrete Filled Double Tubular Steel with Shear Connector, International Journal of Steel Structures, Vol.13, No.1, pp.49-54, 2013.
- 2) Ishikawa, T., Shimizu, M., Tomo, H., Kawano, H. and Yamada, K., Effect of Compression Overload on Fatigue Strength Improved by ICR Treatment, International Journal of Steel Structures, Vol.13, No.1, pp.175-181, 2013.

#### 【受賞歴】

- 1) 平成 24 年度土木学会関西支部年次学術講演会優秀講演者
- 2) 鋼構造協会, 第 20 回鋼構造シンポジウム 2012 アカデミーセッション優秀発表賞, 2012.
- 3) 土木学会平成 25 年度全国大会第 68 回年次学術講演会優秀講演者, 2013.



## 付録：鋼部材に接着された当て板のはく離によるエネルギー解放率

機械分野では、はく離のように脆性的な破壊に対する評価としてエネルギー解放率が用いられている<sup>1)</sup>。また、鋼構造物への当て板接着補修・補強のガイドラインの一部でも、当て板のはく離を簡易に照査できる方法として、エネルギー解放率の算出方法が示されている<sup>2)</sup>。この当て板のはく離によるエネルギー解放率の簡易式は、接着剤の厚さや材料定数など設計段階で不確定な要因を含まないため、事前に当て板のはく離を照査する手法として有効であるとされている。しかし、これまでに示されている当て板のはく離によるエネルギー解放率は、はく離のモードごとに与えられていないため、図-1に示すようなはく離のモードが異なる場合に対して適用できるか不明である。

そこで本節では、接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を用いて、図 5.12 に示したモードⅠ（鉛直方向はく離）およびⅡ（面内せん断はく離）のそれぞれのエネルギー解放率を算出する方法を与え、その妥当性を FEM 解析によって明らかにする。

### 付録 1 軸力を受ける当て板接着鋼部材のエネルギー解放率

#### (a) 鋼部材の両面に接着する場合

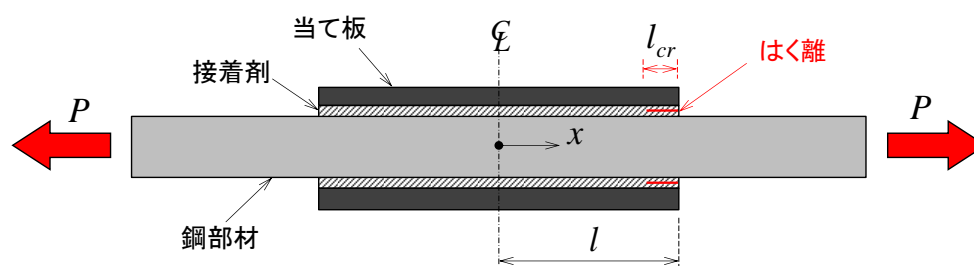
付図 1 に示すような両面に当て板が接着された鋼部材に軸力  $P$  が作用するとき、当て板のはく離によるエネルギー解放率を求める。当て板接着部分では鋼部材と当て板が完全に合成されていると仮定する。両面の当て板が同時に長さ  $l_{cr}$  の範囲にわたってはく離するとき、はく離後の鋼部材と当て板のひずみエネルギーは次式となる。

$$U^*(l_{cr}) = \frac{1}{2} \int_0^{l_1+l_{cr}} \frac{P^2}{E_s A_s} dx + \frac{1}{2} \int_{l_1+l_{cr}}^{L+l_1} \frac{P^2}{E_s A_v} dx + \frac{1}{2} \int_{L+l_1}^{l_1+L+l_2} \frac{P^2}{E_s A_s} dx \quad (A.1)$$

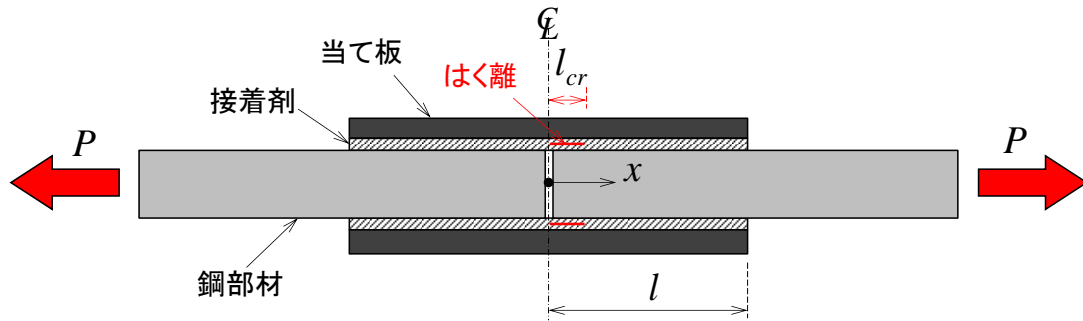
ここに、

$$A_v = A_s + \frac{2}{n} A_p \quad (A.2)$$

エネルギー解放率は、はく離が微小面積だけ増加するときの鋼部材と当て板のひずみエネルギーの変化量として次式で与えられる。



付図 1 軸力によって当て板端部からはく離が生じた当て板接着鋼部材



付図 2 軸力によって鋼部材切断縁からはく離が生じた当て板接着鋼部材

$$G = \frac{1}{2b_p} \cdot \frac{\partial U^*}{\partial l_{cr}} \quad (\text{A.3})$$

式(A.3)に式(A.1)を代入すると、鋼部材と当て板が完全合成であると仮定した場合のエネルギー解放率が次式のように得られる。

$$G = \frac{P^2}{4b_p E_s} \left( \frac{1}{A_s} - \frac{1}{A_v} \right) \quad (\text{A.4})$$

式(A.4)からわかるように、鋼部材と当て板が完全合成であると仮定した場合、当て板のはく離によるエネルギー解放率の大きさは、鋼部材と当て板接着補強部の伸び剛性から決定されることがわかる。式(A.4)から、鋼部材の断面積が一定である場合、当て板の断面積が大きくなるほど、エネルギー解放率が大きくなる。

#### (b) 鋼部材が切断されている場合

付図 2 に示すように鋼部材が切断縁を有する場合には当て板端部からはく離する場合と鋼部材の切断縁からはく離する場合があり、式(A.4)と同じになる。鋼板の切断縁から両面の当て板が同時にはく離するとき、はく離後の鋼部材と当て板のひずみエネルギーは次式となる。

$$U^*(l_{cr}) = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \frac{P^2}{E_s A_s} dx + \int_{l_1}^{L/2+l_1-l_{cr}/2} \frac{P^2}{E_s A_v} dx + \int_{L/2+l_1-l_{cr}/2}^{L/2+l_1} \frac{P^2}{E_p A_p} dx + \frac{1}{2} \int_{L+l_1}^{l_1+L+l_2} \frac{P^2}{E_s A_s} dx \quad (\text{A.5})$$

式(A.3)に式(A.5)を代入すると、鋼部材の切断縁から当て板がはく離ときのエネルギー解放率が次式のように得られる。

$$G = \frac{P^2}{4b_p E_s} \left( \frac{n}{2A_p} - \frac{1}{A_v} \right) \quad (\text{A.6})$$

式(A.6)からわかるように、鋼部材の切断縁からはく離が生じる場合には、当て板と当て板接着補強部の伸び剛性からエネルギー解放率の大きさが決定される。

式(A.4)および式(A.6)からわかるように、鋼部材と当て板が完全合成であると仮定して算出されるエネルギー解放率は、はく離先端が生じている断面と、はく離が生じていない断面の伸び剛性から算出でき、非常に簡易な式となっている。

## 付録2 曲げモーメントを受ける当て板接着鋼部材のエネルギー解放率

付図3に示すように片面に当て板が接着された単純支持の鋼部材に等分布荷重 $q$ が作用するとき、当て板のはく離によるエネルギー解放率を求める。当て板接着部分では鋼部材と当て板が完全に合成されていると仮定する。当て板が端部から長さ $l_{cr}$ の範囲にわたってはく離するとき、はく離後の鋼部材と当て板のひずみエネルギーは次式となる。

$$\begin{aligned}
 U^*(l_{cr}) = & \frac{1}{2} \int_0^{l_1+l_{cr}} \left\{ \frac{M(x)^2}{E_s I_s} + \frac{\eta_s Q(x)^2}{G_s A_s'} \right\} dx \\
 & + \frac{1}{2} \int_{l_1+l_{cr}}^{L+l_1} \left[ \frac{M(x)^2}{E_s I_v} + \left\{ \frac{\eta_s \alpha_s^2}{G_s A_s'} + \frac{\eta_p (1-\alpha_s)^2}{G_p A_p'} \right\} Q(x)^2 \right] dx \\
 & + \frac{1}{2} \int_{L+l_1}^{l_1+L+l_2} \left\{ \frac{M(x)^2}{E_s I_s} + \frac{\eta_s Q(x)^2}{G_s A_s'} \right\} dx
 \end{aligned} \quad (A.7)$$

ここに、

$$\alpha_s = \frac{I_s + A_s a_s (d_s + h/2)}{I_v} \quad (A.8)$$

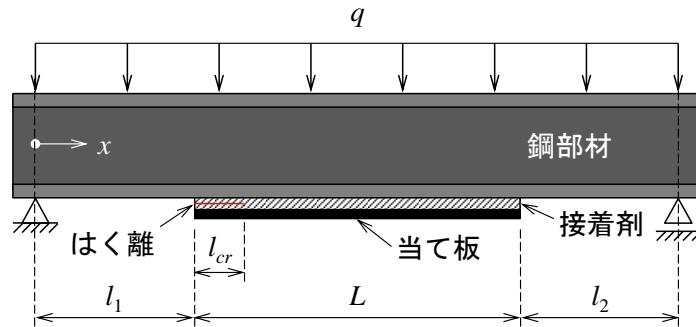
- $l_1$  : 左の支点から当て板左端までの距離,
- $l_2$  : 右の支点から当て板右端までの距離,
- $L$  : 当て板の全長,
- $\eta_s$  : 鋼部材のせん断力に関する補正係数,
- $\eta_p$  : 当て板のせん断力に関する補正係数.

当て板が片面のみに接着されているときのエネルギー解放率は次式で与えられる。

$$G = \frac{1}{b_p} \cdot \frac{\partial U^*}{\partial l_{cr}} \quad (A.9)$$

式(A.9)に式(A.7)を代入すると、式(4.7)で積分範囲に $l_{cr}$ を含まない項が0となり、当て板のはく離によるエネルギー解放率は次式となる。

$$G = \frac{1}{2b} \left[ \frac{1}{E_s} \left( \frac{1}{I_s} - \frac{1}{I_v} \right) M_{cr}^2 + \left( \frac{\eta_s (1+\alpha_s)}{G_s A_s'} - \frac{\eta_p (1-\alpha_s)}{G_p A_p'} \right) (1-\alpha_s) Q_{cr}^2 \right] \quad (A.10)$$



付図3 軸力によって当て板端部からはく離が生じた当て板接着鋼部材



ここに,

$M_{cr}$  : はく離先端位置に作用する曲げモーメント,

$Q_{cr}$  : はく離先端位置に作用するせん断力.

式(A.10)から分かるように, 鋼部材と当て板のひずみエネルギーから算出されるエネルギー解放率は, はく離先端の位置に生じる曲げモーメント  $M_{cr}$  とせん断力  $Q_{cr}$  から算出できる. また,  $M_{cr}$  や  $Q_{cr}$  に掛かる係数は鋼部材, 当て板およびそれらの完全合成部材の曲げ剛性およびせん断剛性で与えられる. 式(A.10)から, 曲げモーメントを受けるときのエネルギー解放率は曲げ剛性の高い当て板を接着した場合に大きくなる特性がある.

せん断力  $Q_{cr}$  によるひずみエネルギーは曲げモーメント  $M_{cr}$  によるひずみエネルギーよりも非常に小さいため, 式(4)では第 1 項が支配的となる. また, 接着剤の厚さが式(A.10)の  $I_v$  に与える影響も小さい. これらのことから, 文献 2) では, 式(A.10)のせん断力の項を無視し,  $I_v$  の算出の際に接着剤の厚さを無視( $h=0$ )した簡易なエネルギー解放率の計算式を示している.

### 付録 3 モード別のエネルギー解放率

付録 1, 2 では, 鋼部材と当て板が完全合成であると仮定していたため, 微小である接着剤のひずみエネルギーを無視し, 鋼部材と当て板のひずみエネルギーからエネルギー解放率を導出した. しかし, 実際には, 当て板端部付近では鋼部材と当て板が完全合成の挙動にならず, 当て板のひずみがほぼ 0 となり, 接着剤が鉛直方向および面内せん断方向に変形する. このとき, 当て板端部付近では, 微小はく離が生じることによる鋼部材と当て板のひずみエネルギーの変化がほぼ 0 となるため, 全ポテンシャルエネルギーの変化は接着剤のひずみエネルギーの変化に等しくなる.

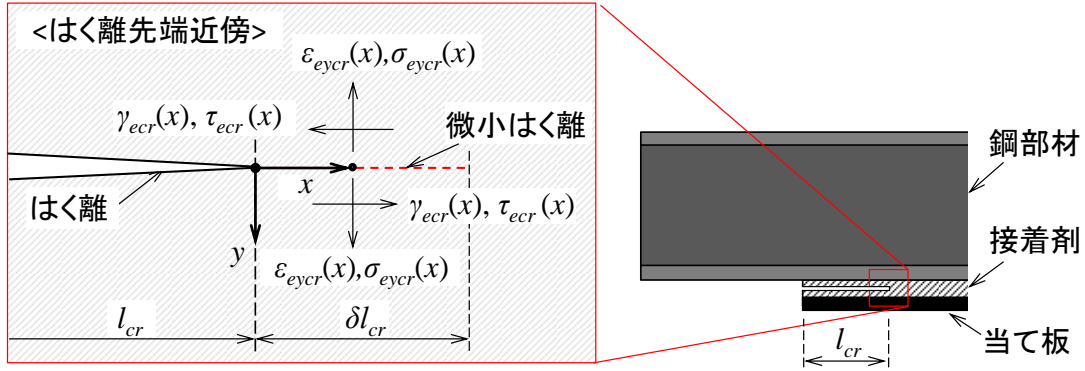
付図 4 に示すように, 線形弾性体の接着剤内に垂直方向応力  $\sigma_y(x)$  およびせん断応力  $\tau(x)$  が作用しており, はく離長さが  $l_{cr}$  から  $\delta_{cr}$  だけ進展する場合を考える. 座標軸  $x$  をはく離の先端からの距離とすると, はく離が進展する前の状態で  $0 \leq x \leq \delta_{cr}$  に蓄えられているモード I および II のひずみエネルギー  $\delta U_I$ ,  $\delta U_{II}$  は, ひずみエネルギー密度の体積分として次式で与えられる.

$$\delta U_I = \int_V \int_0^{\sigma_y(x)} \varepsilon_{ey}(x) d\sigma_y dV = \frac{b_p h}{2E_e} \int_0^{\delta_{cr}} \sigma_y(x)^2 dx \quad (A.11)$$

$$\delta U_{II} = \int_V \int_0^{\tau(x)} \gamma_e(x) d\tau dV = \frac{b_p h}{2G_e} \int_0^{\delta_{cr}} \tau(x)^2 dx \quad (A.12)$$

はく離が  $\delta_{cr}$  だけ進展すると, 式(A.11), (A.12)で示した  $0 \leq x \leq \delta_{cr}$  の範囲のひずみエネルギーが解放される. エネルギー解放率は, はく離が微小面積だけ増加するときのモード I および II の接着剤のひずみエネルギーの変化率として, それぞれ次式で与えられる.

$$G_I = \lim_{\delta_{cr} \rightarrow 0} \frac{\delta U_I}{b \delta_{cr}} = \frac{h}{2E_e} \lim_{\delta_{cr} \rightarrow 0} \frac{1}{\delta_{cr}} \int_0^{\delta_{cr}} \sigma_y(x)^2 dx \quad (A.13)$$



付図4 はく離先端近傍の接着剤の応力状態

$$G_{II} = \lim_{\delta l_{cr} \rightarrow 0} \frac{\delta U_{II}}{b \delta l_{cr}} = \frac{h}{2G_e} \lim_{\delta l_{cr} \rightarrow 0} \frac{1}{\delta l_{cr}} \int_0^{\delta l_{cr}} \tau(x)^2 dx \quad (A.14)$$

ここに

$G_I$  : モード I のエネルギー解放率,  
 $G_{II}$  : モード II のエネルギー解放率.

式(A.13)および式(A.14)において、 $\delta l_{cr} \cong 0$  とするとき、 $\sigma_y(x)$  と  $\tau(x)$  には接着剤のはく離先端の垂直応力とせん断応力を代入する．一般にはく離のような鋭いクラックの先端では応力特異点となり、接着剤に生じる垂直応力とせん断応力は無限大になる．そこで、式(A.13)および式(A.14)の  $\sigma_y(x)$  と  $\tau(x)$  に対して、第2章、第3章で求めた当て板端部の接着剤に生じる垂直応力およびせん断応力を代入し、エネルギー解放率を求める方法を提案する．はく離先端の接着剤に生じる垂直応力およびせん断応力をそれぞれ  $\overline{\sigma_{ye}}$  および  $\overline{\tau_e}$  とすると、式(A.13)と式(A.14)はそれぞれ第5章で示した式(5.16)および式(5.17)となる．

$$G_I = \lim_{\delta l_{cr} \rightarrow 0} \frac{\delta U_I}{b_p \delta l_{cr}} = \begin{cases} \frac{h}{2E_e} \overline{\sigma_{ye}}^2 & (\overline{\sigma_{ye}} \geq 0) \\ 0 & (\overline{\sigma_{ye}} < 0) \end{cases} \quad (5.16)$$

$$G_{II} = \lim_{\delta l_{cr} \rightarrow 0} \frac{\delta U_{II}}{b_p \delta l_{cr}} = \frac{h}{2G_e} \overline{\tau_e}^2 \quad (5.17)$$

軸力によって当て板が端部からはく離するときのモード別のエネルギー解放率は、式(5.16)、(5.17)に、当て板端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束式である式(2.32)、(2.33)を代入して求められる．また、鋼部材が切断縁を有する場合には、鋼部材切断縁では接着剤に生じる垂直応力が負（圧縮）となる．したがって、鋼部材切断縁からはく離するときのモード I のエネルギー解放率は 0 とし、モード II のエネルギー解放率は式(5.17)に、切断縁のせん断応力の収束式である式(2.40)を代入して求める．式(5.17)に式(2.40)を代入すると、鋼部材と当て板が完全合成であるとして求めたエネルギー解放率である式(A.6)と一致する．

曲げモーメントによって当て板が端部からはく離するときのモード別のエネルギー解放率は、式(5.16), (5.17)に、当て板端部の位置の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束式である式(3.81), (3.82)を代入して求められる。また、当て板が鋼部材の曲げ圧縮側に接着される場合には、接着剤に生じる垂直応力が圧縮となるため、モードⅠのエネルギー解放率は0とする。

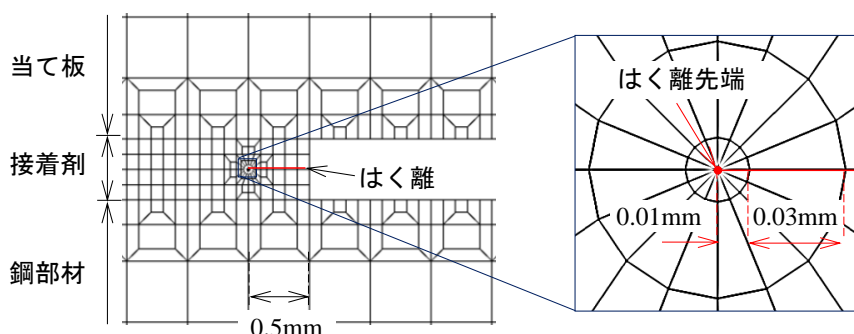
#### 付録4 FEM 解析による妥当性の検証

##### (a) 軸力によってはく離するときのエネルギー解放率

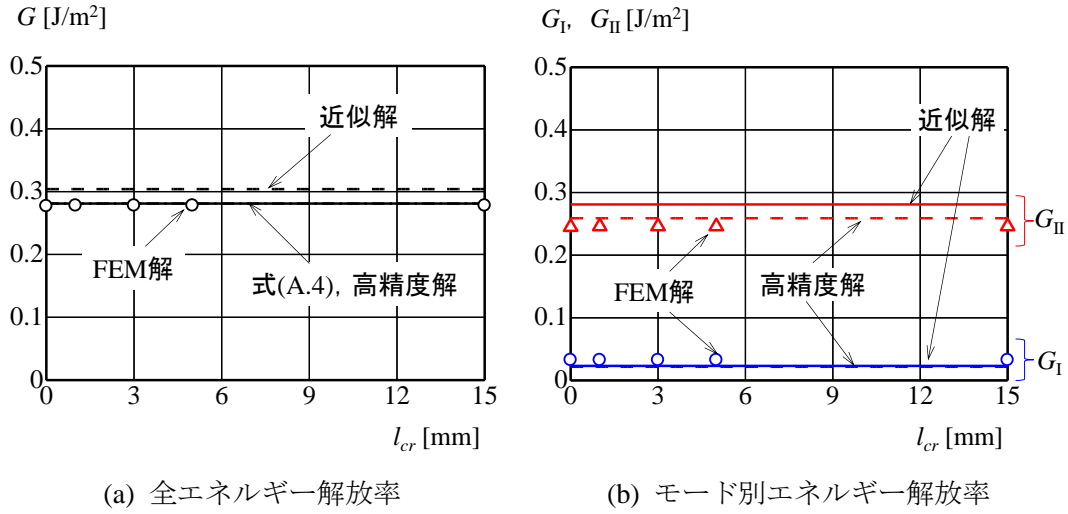
付図1に示したように、両面に対象に当て板が接着された鋼部材に軸力4.5kNが作用する場合に、当て板端部および鋼部材切断縁から当て板がはく離するときのエネルギー解放率をFEM解析から求め、式(5.15)～(5.17), (A.4), (A.6)から得られるエネルギー解放率と比較した。鋼部材、当て板、接着剤の寸法および材料定数は付表1に示している。FEM解析には第2章の図2.5と同様のモデルを用い、当て板端部に初期はく離長さ $l_{cr}$ を与え、そこから接着剤の厚さと同じ0.5mmの微小はく離を設けたときのエネルギー解放率を求めた。初期はく離長さ $l_{cr}$ は、0, 1, 3, 5, 15mmの5種類とし、はく離を模擬している部分の接着剤の要素は除去した。はく離先端では、放射状に退化要素を用い、最小要素の長辺を0.01mmとしている。はく離先端付近の要素を付図3に示す。接着剤層の厚さ中央には、はく離を模擬するため二重節点を用いた。はく離面上下の接着剤の要素は、要素同士が交差しないようにContact body<sup>3)</sup>を用いた。エネルギー解放率は、はく離先端から半径0.01mmの経路を指定して計算されるモードⅠおよびⅡの応力拡大係数 $K_I$ ,  $K_{II}$ から、次式を用いて算出した。

付表1 計算に用いた母材鋼板、当て板、接着剤の寸法と材料定数

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	せん断弾性係数 [GPa]	ポアソン比
母材鋼板	50	12.0	200	76.9	0.30
当て板	50	2.0	300	115.4	0.30
接着剤	50	0.5	2.0	0.74	0.35



付図5 はく離先端付近の要素分割



付図 6 軸力によって当て板端部からはく離するときのエネルギー解放率

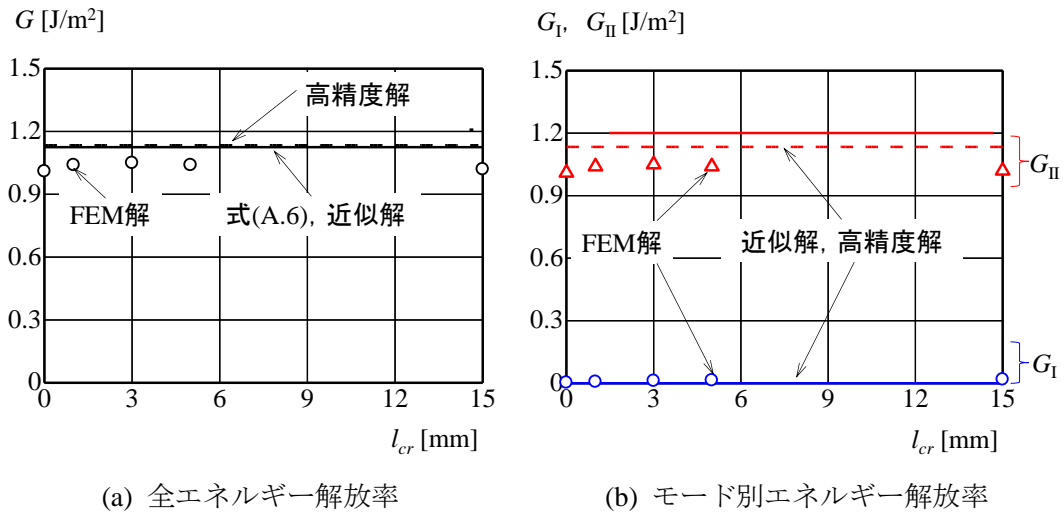
$$G_I = K_I^2 / E_e \quad (A.15)$$

$$G_{II} = K_{II}^2 / E_e \quad (A.16)$$

式(5.15)～(5.17), 式(A.4), FEM 解析から求めた全エネルギー解放率を付図 6 に示している. 式(5.15)～(5.17)からエネルギー解放率を求めるときには, 近似解から得られる収束式(2.32)および式(2.33)と, 高精度解から得られる当て板端部のせん断応力と垂直応力をそれぞれ用いた. FEM 解析では 5 種類の初期はく離長さを検討したが, 初期はく離長さが FEM 解析の結果に与える影響は非常に小さかった.

付図 6(a)より, 簡易な算出式である式(A.4)は FEM 解とほぼ一致している. 近似解から求めたせん断応力と垂直応力を用いて算出したエネルギー解放率は, 式(A.4)よりも FEM 解との違いが大きくなっている. しかし, 式(5.16)および式(5.17)に高精度なせん断応力と垂直応力を代入すると, 式(5.15)のエネルギー解放率は FEM 解とほぼ一致する. 付図 6(b)には, 式(5.16)と式(5.17)から求めたモード別のエネルギー解放率を示している. この図からわかるように, 軸力によって当て板がはく離する場合には, モード I のエネルギー解放率はほぼ 0 となっており, モード II のエネルギー解放率が支配的となる. 式(5.17)にせん断応力と垂直応力の近似解を代入して求めたモード II のエネルギー解放率は, FEM 解より若干高くなっているが, 式(5.17)に高精度解のせん断応力を代入して求めたモード II のエネルギー解放率は FEM 解とほぼ一致している.

付図 7(a)は鋼部材の切断縁からはく離が生じるときの全エネルギー解放率である. 式(5.17)に式(2.40)を代入すると式(A.6)に一致することから, 近似解のせん断応力を用いて求めたエネルギー解放率と, 鋼部材と当て板が完全合成であるとして求めたエネルギー解放率は同じ値となる. 付図 7(b)は鋼部材の切断縁からはく離が生じるときのモード別エネルギー解放率である. 鋼部材の切断縁からはく離する場合には, 接着剤の垂直応力が圧縮となるため, モード I のエネルギー解放率は 0 となっている. 近似解と高精度解のせん断応力から



付図 7 軸力によって鋼部材切断縁からはく離するときのエネルギー解放率

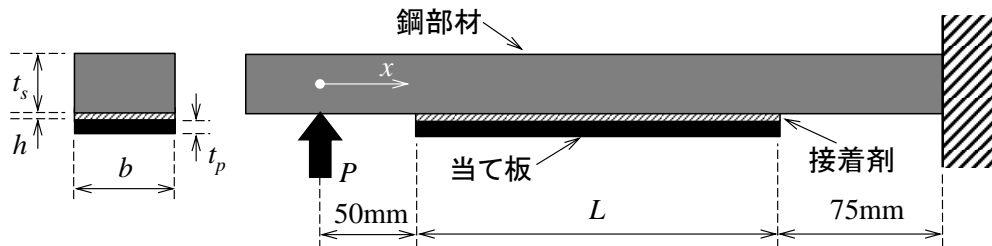
求めたモード II のエネルギー解放率はほぼ重なっており, FEM 解析と近い値となっている.

#### (b) 曲げモーメントによってはく離するときのエネルギー解放率

付図 8 に示すように, 下面に当て板が接着された片持ち状態の鋼部材に集中荷重  $P = 2\text{ kN}$  が作用する場合に, 当て板端部から当て板がはく離するときのエネルギー解放率を FEM 解析から求め, 式(5.15)~(5.17), (A.10)から得られるエネルギー解放率と比較した. 鋼部材, 当て板, 接着剤の寸法および材料定数は付表 2 に示している. FEM 解析では, 軸力を受ける場合と同様に要素分割等を行い, 初期ははく離長さ  $l_{cr}$  は 0, 10, 25, 50mm の 4 種類とした. 式(5.15)~(5.17), (A.10)では, はく離長さを連続的に変化させて, エネルギー解放率を算出した. (A.10)に用いるはく離先端位置の曲げモーメント  $M_{cr}$  およびせん断力  $Q_{cr}$  は次式とな

付表 2 計算に用いた母材鋼板, 当て板, 接着剤の寸法と材料定数

	幅 [mm]	厚さ [mm]	弾性係数 [GPa]	せん断弾性係数 [GPa]	ポアソン比
母材鋼板	50	30.0	200	76.9	0.30
当て板	50	6.0	200	57.7	0.30
接着剤	50	0.5	2.0	0.74	0.36



付図 8 軸力によって当て板端部からはく離が生じた当て板接着鋼部材

る.

$$M_{cr} = P(50 + L - l_{cr}) \quad (\text{A.17})$$

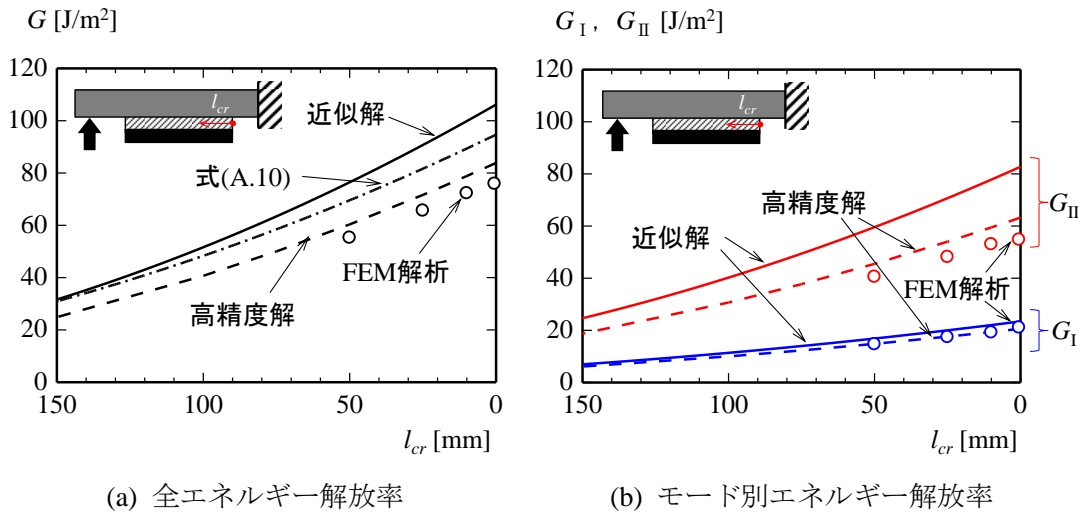
$$Q_{cr} = P \quad (\text{A.18})$$

式(5.15)～(5.17)のモード別のエネルギー解放率の算出には、式(3.81)と式(3.82)の $M_e$ と $Q_e$ に式(A.17)と式(A.18)を代入することによって求めたせん断応力と垂直応力の近似解と、第3章の高精度解から求めたせん断応力と垂直応力をそれぞれ用いた。

式(5.15)～(5.17)，式(A.4)，FEM 解析から求めた全エネルギー解放率を付図 9 に示している。付図 9(a)より，曲げモーメントによって当て板がはく離するときのエネルギー解放率は，はく離長さが長くなるほど小さくなる。近似解より求まるせん断応力と垂直応力を用いて算出したエネルギー解放率は，簡易な算出式である式(A.10)よりも FEM 解との違いが大きい。しかし，高精度解より求めたせん断応力と垂直応力を用いて算出したエネルギー解放率は式(A.10)よりも FEM 解の値に近くなっている。

付図 9(b)には，式(5.16)および式(5.17)から求めたモード別のエネルギー解放率を示している。曲げモーメントによって当て板がはく離する場合には，モード II のエネルギー解放率が，モード I のエネルギー解放率の約 2 倍となっている。近似解から求めたせん断応力と垂直応力を用いて算出したエネルギー解放率は，FEM 解との違いが大きい，式(5.16)および式(5.17)に高精度解のせん断応力と垂直応力を代入することによって FEM 解のエネルギー解放率とほぼ一致する。

付図 10 は荷重が負，すなわち下向きの荷重 $P = -2\text{kN}$ が作用する場合に，固定端側の当て板端部からはく離するときの全エネルギー解放率を示している。荷重が下向きの場合には，当て板を接着している面が曲げ圧縮側となるため，式(5.16)と FEM 解のモード I のエネルギー解放率が 0 となっている。付図 10 より，当て板が曲げ圧縮側に接着されているときには，鋼部材と当て板が完全合成であるとして算出したエネルギー解放率は FEM 解析との違いが大きくなっている。一方，式(5.16)のモード II のエネルギー解放率に高精度解より得



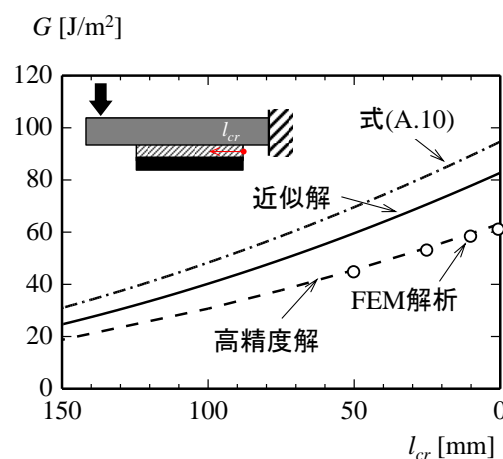
付図 9 曲げモーメントによって鋼部材切断縁からはく離するときのエネルギー解放率

られる接着剤のせん断応力と垂直応力を代入して得られるエネルギー解放率は、FEM 解とほぼ一致している。

以上のように、当て板接着鋼部材が軸力を受ける場合には、式(5.16)および式(5.17)に当て板端部の接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の収束値を代入することによって、FEM 解析に近いエネルギー解放率を算出することができる。また、当て板接着鋼部材が曲げモーメントを受ける場合には、式(5.16)および式(5.17)に高精度解より求まる当て板端部のせん断応力と垂直応力を代入することによって、FEM 解析に近いエネルギー解放率を算出することができる。

#### 【参考文献】

- 1) He, M.Y. and Hutchinson, J.W.: Kinking of a crack out of an interface, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.56, pp.270-278, 1989.
- 2) Cadei, J.M.C., Strafford, T.J., Hollaway, L.C. and Duckett, W.G.: Strengthening metallic structures using externally bonded fibre-reinforced polymers, CIRIA, C595, 2004.
- 3) MSC Software : MARC2011 User's Guide, MSC Software, 2011.



付図 10 曲げモーメントによって鋼部材切断縁からはく離するときの全エネルギー解放率